N° d'ordre

THESE

Présentée à

L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir

le grade de Docteur de troisième cycle

"INFORMATIQUE"

PAR

André Verdillon

PANNES DANS LES RESEAUX ACYCLIQUES

Thèse soutenue le 20 Décembre 1972 devant la commission d'examen

Monsieur J. KUNTZMANN Président

Monsieur C. BENZAKEN Examinateur

Madame G. SAUCIER Examinateur

Monsieur P. AZEMA Invité

Monsieur P. PIGNAL Invité

N° d'ordre

THESE

Présentée à

L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir

le grade de Docteur de troisième cycle

"INFORMATIQUE"

PAR

André Verdillon

PANNES DANS LES RESEAUX ACYCLIQUES

Thèse soutenue le 20 Décembre 1972 devant la commission d'examen

Monsieur J. KUNTZMANN Président

Monsieur C. BENZAKEN Examinateur

Madame G. SAUCIER Examinateur

Monsieur P. AZEMA Invité

Monsieur P. PIGNAL Invité

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE SCIENTIFIQUE
ET MEDICALE DE GRENOBLE

LISTE DES PROFESSEURS

Président : Monsieur Michel SOUTIF
Vice-Président : Monsieur Gabriel CAU

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	ANGLES D'AURIAC Paul	Mécanique des fluides
	ARNAUD Georges	Clinique des maladies infectieuses
	ARNAUD Paul	Chimie
	AYANT Yves	Physique approfondie
Mme	BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
MM.	BARBIER Jean-Claude	Physique expérimentale
	BARBIER Reynold	Géologie appliquée
	BARJON Robert	Physique nucléaire
	BARNOUD Fernand	Biosynthèse de la cellulose
	BARRA Jean-René	Statistiques
	BARRIE Joseph	Clinique chirurgicale
	BENOIT Jean	Radioélectricité
	BESSON Jean	Electrochimie
	BEZES Henri	Chirurgie générale
	BLAMBERT Maurice	Mathématiques Pures
	BOLLIET Louis	Informatique (IUT B)
	BONNET Georges	Electrotechnique
	BONNET Jean-Louis	Clinique ophtalmologique
	BONNET-EYMARD Joseph	Pathologie médicale
	BONNIER Etienne	Electrochimie Electrométallurgie
	BOUCHERLE André	Chimie et Toxicologie
	BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
	BRAVARD Yves	Géographie
	BRISSONNEAU Pierre	Physique du Solide
	BUYLE-BODIN Maurice	Electronique
	CABANAC Jean	Pathologie chirurgicale
	CABANEL Guy	Clinique rhumatologique et hydrologie
	CALAS François	Anatomie
	CARRAZ Gilbert	Biologie animale et pharmacodynamie
	CAU Gabriel	Médecine légale et Toxicologie
	CAUQUIS Georges	Chimie organique
	CHABAUTY Claude	Mathématiques Pures
	CHARACHON Robert	Oto-Rhino-Laryngologie
	CHATEAU Robert	Thérapeutique
	CHENE Marcel	Chimie papetière
	COEUR André	Pharmacie chimique
	CONTAMIN Robert	Clinique gynécologique
	COUDERC Pierre	Anatomie Pathologique
	CRAYA Antoine	Mécanique
Mme	DEBELMAS Anne-Marie	Matière médicale
MM.	DEBELMAS Jacques	Géologie générale
	DEGRANGE Charles	Zoologie
	DESSAUX Georges	Physiologie animale
	DODU Jacques	Mécanique appliquée
	DREYFUS Bernard	Thermodynamique
	DUCROS Pierre	Cristallographie
	DUGOIS Pierre	Clinique de Dermatologie et Syphiligraphie
	FAU René	Clinique neuro-psychiatrique
	FELICI Noël	Electrostatique
	GAGNAIRE Didier	Chimie physique
	GALLISSOT François	Mathématiques Pures
	GALVANI Octave	Mathématiques Pures

MM.	GASTINEL Noël	Analyse numérique
	GERBER Robert	Mathématiques Pures
	GIRAUD Pierre	Géologie
	KLEIN Joseph	Mathématiques Pures
Mme	KOFLER Lucie	Botanique et Physiologie végétale
MM.	KOSZUL Jean-Louis	Mathématiques Pures
	KRAVTCHENKO Julien	Mécanique
	KUNTZMANN Jean	Mathématiques Appliquées
	LACAZE Albert	Thermodynamique
	LACHARME Jean	Biologie végétale
	LATREILLE René	Chirurgie générale
	LATURAZE Jean	Biochimie pharmaceutique
	LAURENT Pierre	Mathématiques Appliquées
	LEDRU Jean	Clinique médicale B
	LLIBOUTRY Louis	Géophysique
	LOUP Jean	Géographie
Mle	LUTZ Elisabeth	Mathématiques Pures
	MALGRANGE Bernard	Mathématiques Pures
	MALINAS Yves	Clinique obstétricale
	MARTIN-NOEL Pierre	Seméiologie médicale
	MASSEPORT Jean	Géographie
	MAZARE Yves	Clinique médicale A
	MICHEL Robert	Minéralogie et Pétrographie
	MOURIQUAND Claude	Histologie
	MOUSSA André	Chimie nucléaire
	NEEL Louis	Physique du Solide
	OZENDA Paul	Botanique
	PAUTHENET René	Electrotechnique
	PAYAN Jean-Jacques	Mathématiques Pures
	PEBAY-PEYROULA Jean-Claude	Physique
	PERRET René	Servomécanismes
	PILLET Emile	Physique industrielle
	RASSAT André	Chimie systématique
	RENARD Michel	Thermodynamique
	REULOS René	Physique industrielle
	RINALDI Renaud	Physique
	ROGET Jean	Clinique de pédiatrie et de puériculture
	SANTON Lucien	Mécanique
	SEIGNEURIN Raymond	Microbiologie et Hygiène
	SENGEL Philippe	Zoologie
	SILBERT Robert	Mécanique des fluides
	SOUTIF Michel	Physique générale
	TANCHE Maurice	Physiologie
	TRAYNARD Philippe	Chimie générale
	VAILLAND François	Zoologie
	VAUQUOIS Bernard	Calcul électronique
Mme	VERAIN Alice	Pharmacie galénique
M.	VERAIN André	Physique
Mme	VEYRET Germaine	Géographie
MM.	VEYRET Paul	Géographie
	VIGNAIS Pierre	Biochimie médicale
	YOCCOZ Jean	Physique nucléaire théorique

PROFESSEURS ASSOCIES

MM.	BULLEMER Bernhard	Physique
	RADHAKRISHNA Pidatala	Thermodynamique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM. AUBERT Guy	Physique
BEAUDOING André	Pédiatrie
BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques Appliquées
BIARES Jean-Pierre	Mécanique
BONNETAIN Lucien	Chimie minérale
Mme BONNIER Jane	Chimie générale
MM. CARLIER Georges	Biologie végétale
COHEN Joseph	Electrotechnique
COUMES André	Radioélectricité
DEPASSEL Roger	Mécanique des Fluides
DEPORTES Charles	Chimie minérale
DESRE Pierre	Métallurgie
DOLIQUE Jean-Michel	Physique des Plasmas
GAUTHIER Yves	Sciences biologiques
GEINDRE Michel	Electroradiologie
GIDON Paul	Géologie et Minéralogie
GLENAT René	Chimie organique
HACQUES Gérard	Calcul numérique
JANIN Bernard	Géographie
Mme KAHANE Josette	Physique
MM. MULLER Jean-Michel	Thérapeutique
PERRIAUX Jean-Jacques	Géologie et minéralogie
POULOUJADOFF Michel	Electrotechnique
REBECQ Jacques	Biologie (CUS)
REVOL Michel	Urologie
REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale
ROBERT André	Chimie papetière
SARRAZIN Roger	Anatomie et chirurgie
SARROT-REYNAULD Jean	Géologie
SIBILLE Robert	Construction Mécanique
SIROT Louis	Chirurgie générale
Mme SOUTIF Jeanne	Physique générale
M. VALENTIN Jacques	Physique nucléaire

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

Mle AGNIUS-DELORD Claudine	Physique pharmaceutique
ALARY Josette	Chimie analytique
MM. AMBLARD Pierre	Dermatologie
AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie
ARMAND Yves	Chimie
BEGUIN Claude	Chimie organique
BELORIZKY Elie	Physique
BENZAKEN Claude	Mathématiques Appliquées
Mme BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
MM. BLIMAN Samuel	Electronique (EIE)
BLOCH Daniel	Electrotechnique
Mme BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM. BOUCHET Yves	Anatomie
BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques Appliquées
BOUVARD Maurice	Mécanique des Fluides
BRIERE Georges	Physique expérimentale
BRODEAU François	Mathématiques (IUT B)
BRUGEL Lucien	Energétique
BUISSON Roger	Physique
BUTEL Jean	Orthopédie
CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse

MM. CHIAVERINA Jean	Biologie appliquée (EFP)
CHIBON Pierre	Biologie animale
COHEN-ADDAD Jean-Pierre	Spectrométrie physique
COLOMB Maurice	Biochimie médicale
CONTE René	Physique
CROUZET Guy	Radiologie
DURAND Francis	Métallurgie
DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
Mme ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie
MM. FAURE Jacques	Médecine légale
GAVEND Michel	Pharmacologie
GENSAC Pierre	Botanique
GERMAIN Jean-Pierre	Mécanique
GIDON Maurice	Géologie
GRIFFITHS Michaël	Mathématiques Appliquées
GROULADE Joseph	Biochimie médicale
HOLLARD Daniel	Hématologie
HUGONOT Robert	Hygiène et Médecine préventive
IDELMAN Simon	Physiologie animale
IVANES Marcel	Electricité
JALBERT Pierre	Histologie
JOLY Jean-René	Mathématiques Pures
JOUBERT Jean-Claude	Physique du Solide
JULLIEN Pierre	Mathématiques Pures
KAHANE André	Physique générale
KUHN Gérard	Physique
Mme LAJZEROWICZ Jeannine	Physique
MM. LAJZEROWICZ Joseph	Physique
LANCIA Roland	Physique atomique
LE JUNTER Noël	Electronique
LEROY Philippe	Mathématiques
LOISEAUX Jean-Marie	Physique Nucléaire
LONGEQUEUE Jean-Pierre	Physique Nucléaire
LUU DUC Cuong	Chimie Organique
MACHE Régis	Physiologie végétale
MAGNIN Robert	Hygiène et Médecine préventive
MARECHAL Jean	Mécanique
MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (CUS)
MAYNARD Roger	Physique du Solide
MICOUD Max	Maladies infectieuses
MOREAU René	Hydraulique (INP)
NEGRE Robert	Mécanique
PARAMELLE Bernard	Pneumologie
PECCOUD François	Analyse (IUT B)
PEFFEN René	Métallurgie
PELMONT Jean	Physiologie animale
PERRET Jean	Neurologie
PERRIN Louis	Pathologie expérimentale
PFISTER Jean-Claude	Physique du Solide
PHELIP Xavier	Rhumatologie
Mlle PIERY Yvette	Biologie animale
MM. RACHAIL Michel	Médecine interne
RACINET Claude	Gynécologie et obstétrique
RICHARD Lucien	Botanique
Mme RINAUDO Marguerite	Chimie macromoléculaire
MM. ROMIER Guy	Mathématiques (IUT B)
ROUGEMONT (DE) Jacques	Neuro-Chirurgie
STIEGLITZ Paul	Anesthésiologie

MM. STOEBNER Pierre	Anatomie pathologique
VAN CUTSEM Bernard	Mathématiques Appliquées
VEILLON Gérard	Mathématiques Appliquées (INP)
VIALON Pierre	Géologie
VOOG Robert	Médecine interne
VROUSSOS Constantin	Radiologie
ZADWORNY François	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM. BOUDOURIS Georges	Radioélectricité
CHEEKE John	Thermodynamique
GOLDSCHMIDT Hubert	Mathématiques
YACOUD Mahmoud	Médecine légale

CHARGES DE FONCTIONS DE MATIRES DE CONFERENCES

Mme BERIEL Hélène	Physiologie
Mme RENAUDET Jacqueline	Microbiologie

Fait le 8 MARS 1972.

Le présent travail a été réalisé dans le cadre d'un contrat passé entre l'Institut de Recherches d'Informatique et d'Automatique et le service de Mathématiques Appliquées de l'Université de Grenoble, Contrat C.R.I. 1342 /70.

-o-o-o-o-o-o-

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à
Monsieur le Professeur KUNTZMANN qui a dirigé ce travail et qui par son aide et ses précieux conseils, m'a permis de le mener à bien.

Je remercie Madame SAUCIER, Maître de Conférences à l'Université de Grenoble,

Monsieur BENZAKEN, Maître de Conférences à l'Université de Grenoble,

Monsieur AZEMA, Chargé de Recherches au Laboratoire d'Automatique et d'Application Spatiale de Toulouse,

Monsieur Pignal, Chargé du Département "Conception des Systèmes Electroniques" du CNET à Lannion,

qui ont bien voulu accepter de faire partie de ce Jury.

Je remercie aussi vivement mes amis de l'équipe de logique pour les fructueux échanges d'idées qui ont jalonné ce travail, ainsi que Madame DUFFOURD et le service de tirage qui ont assuré la réalisation matérielle de cette thèse.

INTRODUCTION

Supposons que l'on ne fasse aucune hypothèse sur le type de pannes pouvant affecter un circuit combinatoire, il faut alors, pour vérifier le circuit, appliquer aux entrées toutes les configurations possibles (2^n si n entrées) : c'est le test exhaustif du circuit.

En fait, pratiquement on peut se ramener à n'étudier que certains types de pannes bien déterminés. Alors le test exhaustif n'est plus nécessaire. Un problème est donc de déterminer un ensemble de vecteurs minimum, ou quasi minimum, permettant de vérifier l'absence d'un type de panne et si une panne est détectée, de la localiser.

Vu l'urgence du problème pratique, les principaux travaux sur le sujet ont eu pour but de fournir des algorithmes efficaces pour tester les pannes simples, (D.algorithme, Diff. Bool...) cependant ceux-ci deviennent très lourds pour des circuits de plusieurs milliers de portes logiques (L.S.I.) D'autre part, des études théoriques (Poage..) permettent de tester les pannes multiples mais sont inapplicables dès que l'on dépasse une dizaine de portes.

Nous étudierons ici, l'ensemble des pannes multiples d'un circuit, afin , en particulier de réduire le nombre de pannes à traiter.

Dans le Chapitre I nous proposons de structurer l'ensemble des pannes multiples : pannes équivalentes du point de vue de la détection, de la localisation, ensemble de pannes qu'il suffit de tester pour vérifier le circuit, composition de pannes...

Le Chapitre II étudie plus particulièrement les pannes affectant les entrées sorties d'un module élémentaire (le module étant supposé bon).

Le Chapitre III montre dans quelle mesure la connaissance des structures des pannes de sous-circuits permet de connaître les structures des pannes du circuit global.

Dans le Chapitre IV on résoud le problème suivant : soit 2 pannes α et β sous quelles hypothèses est-on sûr qu'en testant une des deux pannes on a aussi testé la panne constituée par la présence simultané de α et β.

En fonction des résultats des Chapitres II et III on peut déterminer des algorithmes donnant des listes de pannes réduites (Chapitre V) et proposer des simplifications du réseau, en vue de simplifier le test.

Le Chapitre VII étudie plus spécifiquement, d'une part, les circuits arborescents et de façon un peu marginale le test des pannes simples des circuits à relais.

I - PANNES DANS LES CIRCUITS COMBINATOIRES : définition, notation

II - PANNES AUX ENTREES SORTIES D'UN OPERATEUR

III - DECOMPOSITION FONCTIONNELLE D'UN RESEAU

-A- relation entre décomposition et classes de pannes

-B- relation entre décomposition et classes minimales

IV - ECOULEMENTS D'UNE PANNE, PANNES MOINS LOCALISABLES

V - LISTE REDUITE DES PANNES NECESSAIRES POUR TESTER UN RESEAU

VI - SIMPLIFICATION D'UN RESEAU COMPATIBLE AVEC LE TEST

VII - RESEAUX PARTICULIERS

-A- Arborescence

-B- Circuit à relai

CHAPITRE I

PANNES DANS LES CIRCUITS LOGIQUES : Notations, définitions

Après avoir précisé le type de panne que nous étudierons nous définissons 2 relations de préordre entre pannes auxquelles correspondent 2 relations d'isovalences. Du fait que la plupart des pannes que nous considérons peuvent se ramener à des "collages" des connexions, nous définissons les collages multiples par concaténation de collages simples et étudions les relations entre la concaténation, les préordres et équivalences de pannes. En considérant des sous réseaux particuliers d'un réseau donné on détermine les relations entre pannes pour le sous réseau qui sont conservées pour le réseau global.

I - PANNES DANS LES CIRCUITS LOGIQUES : notations, définitions

Une panne est une altération non désirée de certains éléments du circuit créant un mauvais fonctionnement de ceux-ci.

* On dit qu'une panne est permanente si le mauvais fonctionnement est permanent.

* S'il y a mauvais fonctionnement logique de certains éléments, on dit qu'il y a panne logique.

Exemple de pannes intermittentes : pannes aléatoires dans les transmissions, mauvais contacts....

pannes non logiques : mauvaises caractéristiques électriques : tension, courant, conditions de charge, forme des impulsions, retards....

Certaines pannes (court circuit entre deux connexions) peuvent rendre séquentiel un circuit combinatoire en introduisant des bouclages.

Par la suite on ne considérera que les pannes logiques permanentes qui laissent au réseau son caractère combinatoire.

Pour vérifier qu'un circuit logique combinatoire est sans panne (logique permanente) il suffit de vérifier le fonctionnement du circuit pour tous les n-uples d'entrées. C'est un ensemble de tests exhaustifs.

Si on fait certaines hypothèses sur les pannes (logiques, permanentes) il n'est plus alors nécessaire d'utiliser le test exhaustif, on cherche seulement à obtenir un ensemble de test pour le type de panne considéré.

Soit un réseau combinatoire R réalisant la fonction booléenne f, X étant le vecteur d'entrées du réseau. A toute connexion a de R on peut associer une fonction booléenne notée A : c'est la fonction élaborée en a par le réseau R.

Si α est une panne du réseau elle transforme R en R_α , f en f_α , et pour toute connexion a de R, A en A_α . Notons que l'on peut très bien avoir $A_\alpha \equiv A$ en particulier si α n'est pas en amont de a.

f_α est appelée fonction fausse correspondant à le panne α

RELATIONS ENTRE PANNES

1) On dit que "β cache α " (noté $\alpha \lhd \beta$) si :

$$(f_\alpha (X) \neq f (X)) \Rightarrow (f_\beta (X) = f_\alpha (X)) \quad (1)$$

On voit facilement que la relation: "β cache α" est une relation de préordre.
La relation d'isovalence correspondante est la relation d'indiscernabilité :

α et β sont indiscernables (noté $\alpha \overset{\sim}{\sim} \beta$) si $f_\alpha \equiv f_\beta$.

La relation "β cache α" entre classe d'indiscernabilité, induite par la relation "β cache α" entre panne, est une relation d'ordre.

La classe d'indiscernabilité de pannes α telles que $f_\alpha \equiv f$ est la classe des pannes indétectables. C'est, si elle existe, la classe d'indiscernabilité minimum pour la relation "β cache α". S'il existe des pannes indétectables on dit que le réseau est redondant.

Comme la localisation d'une panne ne peut dépasser la détermination de sa classe d'indiscernabilité, on voit que le problème de la localisation des pannes (et à fortiori de leur détection) peut être simplifié en ne considérant que les classes d'indiscernabilité.

On dit que le vecteur d'entrée X_o détecte la panne α si $f_\alpha (X_o) \neq f (X_o)$
en particulier si f est une fonction booléenne simple ($f (X) \in \{0,1\}$) alors
(X_o détecte α) $\Leftrightarrow$ ($f_\alpha(X_o) = \overline{f (X_o)}$)

L'ensemble de détection d'une panne α (noté T_α) est l'ensemble des vecteurs d'entrées détectant α : $T_\alpha = \{X \mid f_\alpha (X) \neq f (X)\}$

2) On dit qu'une panne α est moins testable que β (noté $\alpha < \beta$) si l'inclusion ensembliste est vrai pour les ensembles de détection.

$T_\alpha \subset T_\beta$ ou encore $\left(f_\alpha(X) \neq f(X)\right) \Rightarrow \left(f_\beta(X) \neq f(X)\right)$ (2)

C'est manifestement une relation de préordre. La relation d'isovalence correspondante est la relation d'isotestabilité.

α et β sont isotestables (noté $\alpha \sim \beta$) si $T_\alpha = T_\beta$.

La relation "moins testable" des pannes induit un ordre sur les classes isotestabilité.

Remarque 1- de (1) et (2) on déduit $(\alpha \lhd \beta) \Rightarrow (\alpha < \beta)$

ainsi que (α et β indiscernable) => (α et β isotestable) :

$(\alpha \overset{\sim}{\sim} \beta) \Rightarrow (\alpha \sim \beta)$

Remarque 2- Si f est une fonction booléenne simple alors les relations d'isotestabilité et d'indiscernabilité sont identiques; en effet :

$f_\beta(X) \neq f(X) \Rightarrow f_\beta(X) = \overline{f(X)}$

$f_\alpha(X) \neq f(X) \Rightarrow f_\alpha(X) = \overline{f(X)}$ donc (2) $\Rightarrow f_\alpha(X) = f_\beta(X)$

Remarque 3- La classe d'indiscernabilité des pannes indétectables est aussi une classe d'isotestabilité qui est, si elle existe, la classe minimum pour la relation "moins testable". En effet, $(f_\alpha \equiv f) \Leftrightarrow (T_\alpha = \emptyset)$

Soit un ensemble de pannes, la relation d'isotestabilité partitionne cet ensemble en classes. Le problème de la détection de cet ensemble de pannes peut se ramener à la recherche des classes, minimales ou couvrant la classe d'indiscernabilité si celle-ci existe.

Remarque 4- La relation "α cache β" induit sur les classes d'isotestabilité une relation d'ordre. Par contre la relation "moins testable" n'induit sur les classes d'indiscernabilité qu'un préordre.

2) On dit qu'une panne α est moins testable que β (noté $\alpha < \beta$) si l'inclusion ensembliste est vrai pour les ensembles de détection.

$T_\alpha \subset T_\beta$ ou encore $\left(f_\alpha(X) \neq f(X)\right) \Rightarrow \left(f_\beta(X) \neq f(X)\right)$ (2)

C'est manifestement une relation de préordre. La relation d'isovalence correspondante est la relation d'isotestabilité.

α et β sont isotestables (noté $\alpha \sim \beta$) si $T_\alpha = T_\beta$.

La relation "moins testable" des pannes induit un ordre sur les classes isotestabilité.

Remarque 1- de (1) et (2) on déduit $(\alpha \lhd \beta) \Rightarrow (\alpha < \beta)$

ainsi que (α et β indiscernable) => (α et β isotestable) :

$(\alpha \overset{\sim}{\sim} \beta) \Rightarrow (\alpha \sim \beta)$

Remarque 2- Si f est une fonction booléenne simple alors les relations d'isotestabilité et d'indiscernabilité sont identiques; en effet :

$f_\beta(X) \neq f(X) \Rightarrow f_\beta(X) = \overline{f(X)}$

$f_\alpha(X) \neq f(X) \Rightarrow f_\alpha(X) = \overline{f(X)}$ donc (2) $\Rightarrow f_\alpha(X) = f_\beta(X)$

Remarque 3- La classe d'indiscernabilité des pannes indétectables est aussi une classe d'isotestabilité qui est, si elle existe, la classe minimum pour la relation "moins testable". En effet, $(f_\alpha \equiv f) \Leftrightarrow (T_\alpha = \emptyset)$

Soit un ensemble de pannes, la relation d'isotestabilité partitionne cet ensemble en classes. Le problème de la détection de cet ensemble de pannes peut se ramener à la recherche des classes, minimales ou couvrant la classe d'indiscernabilité si celle-ci existe.

Remarque 4- La relation "α cache β" induit sur les classes d'isotestabilité une relation d'ordre. Par contre la relation "moins testable" n'induit sur les classes d'indiscernabilité qu'un préordre.

PARTITION DE L'ENSEMBLE DE TEST

Dans le cas ou le réseau élabore une fonction booléenne simple :

$F(X) \in \{0,1\}$ on peut diviser l'ensemble de tests T_α en 2 :

T_α^{01} l'ensemble de tests tels que la panne fait croitre la fonction et T_α^{10} qui la fait décroitre.

$$T_\alpha^{ij} = \{X \mid F(X) = i \text{ et } F_\alpha(X) = j\} \qquad i,j \in \{0,1\}$$

On a évidemment : $T_\alpha^{01} \cap T_\alpha^{10} = \emptyset$ et $T_\alpha = T_\alpha^{01} \cup T_\alpha^{10}$

FONCTION TRANSMISSION D'UNE PANNE

Soit a une connexion de R. Le réseau élabore en a une fonction A. S'il y a présence de la panne α , A est transformée en A_α

La fonction transmission de en a est $\overset{\circ}{A}_\alpha$ définie par :

$$\overset{\circ}{A}_\alpha(X) = (A(X), A_\alpha(X))$$

C'est une application de X dans $\mathcal{B}^{2*}$ et les notations de Roth: D et $\overline{D}$ correspondent à (1,0) et (0,1).

NOTATIONS ET DEFINITIONS POUR LES COLLAGES SIMPLES ET MULTIPLES

Dans le traitement des pannes on s'est aperçu que la plupart d'entre elles pouvaient être considérées comme des "collages" des connexions du réseau d'opérateurs

Définition : On dit que la connexion a est collée à o (respectivement 1), noté a_o (resp. a_1) s'il existe une panne qui consiste à remplacer la variable portée par la connexion, par o (resp 1).

Le collage multiple correspond à : a collé à i; b collé à j; c collé à k... se note par : $a_i\ b_j\ c_k \ldots$

* $\mathcal{B}^2$: Algèbre de Boole à 4 éléments : $\{(0,0), (0,1), (1,1), (1,0)\}$

Définition : On appelle support d'un collage $a_i\ b_j\ c_k$.. l'ensemble des connexions affectées par le collage $a_i\ b_j\ c_k$...

Exemple : Le support de $a_o\ d_1\ f_o$ est $\{a, d, f\}$

Définition : On dit que 2 collages α et β sont compatibles s'il existe un collage $\gamma = \alpha\ \beta$. On dit alors que γ est le résultat de la concaténation de α et β .

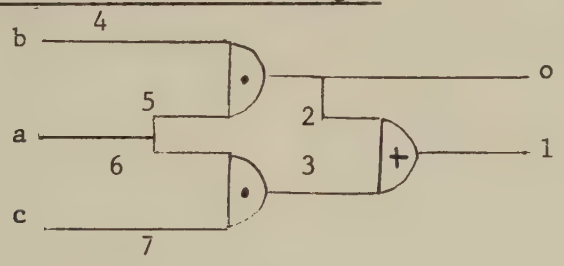
Exemple : $\alpha = a_o\ b_1\ d_o$ et $\beta = d_1\ e_o$ ne sont pas compatibles

$\alpha' = a_o\ b_1\ d_o$ et $\beta' = b_1\ e_o$ le sont car $\alpha'\ \beta' = a_o\ b_1\ d_o\ e_o$

Propriété : Si les supports de 2 collages sont disjoints (intersection vide) alors les collages sont compatibles.

Dans un réseau ayant n connexions qui peuvent être collées à 1 et 0 il y a 2n collages simples et $3^n - 1$ collages multiples. S'il y a p connexions qui ne peuvent être collées qu'à une valeur (1 ou 0) et q connexions qui peuvent être collées à 1 et 0, le nombre de collages multiples est alors : $2^p\ 3^q - 1$.

Exemples de relations entre collages :



$$F(a, b, c) = \begin{vmatrix} a\ b \\ a\ (b+c) \end{vmatrix}$$

Notons E_r (f) l'ensemble représentatif de la fonction f, $E_r(f) = \{X \mid f(X) = 1\}$

Isotestabilité :

$$0_0\,1_0 \sim 0_0\,3_0 \quad \text{car } T_{0_0 1_0} = E_r\left[a(b+c)\right] = T_{0_0 3_0}$$

$$\text{par contre } 0_0 1_0 \not\sim 0_0\,3_0 \quad \text{car } F_{0_0 1_0}(1,1,1,) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad F_{0_0 3_0}(1,1,1,) = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} \neq F(1,1,1,) = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Indiscernabilité :

$$4_1 \approx 4_1 3_0 \quad \text{car } F_4 = \begin{vmatrix} a \\ a \end{vmatrix} = F_{4_1 3_0}$$

Moins testable :

$$0_0\,2_0 < 0_0\,7_\emptyset \qquad \text{car } T_{0_0 2_0} = E_r\left[ab\right] \qquad T_{0_0 7_1} = E_r\left[ab + a\bar{c}\right]$$

$$\text{mais } 0_0\,2_0 \not\lhd 0_0\,7_1 \quad \text{car } F_{0_0 2_0}(1,1,0) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad F(1,1,0) = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$F_{0_0 7_1}(1,1,0) = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

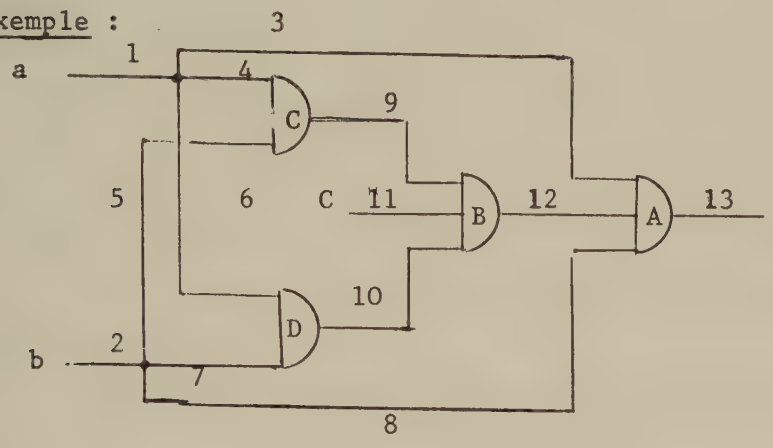
"Cache"

$$0_0\,2_0 \lhd 0_0\,2_0\,6_1$$

Collages indétectables :

Certains réseaux peuvent n'avoir aucun collage simple indétectable alors que certains collages multiples le sont.

Exemple :



avec les opérations :

A : 12 + $\overline{3}\ \overline{8}$

B : 11 + 9 + 10

C : 4. 6

D : 5. 7

Tout collage simple est détectable

Par contre $9_0 10_0$ est indétectable

$F = c + \overline{a}\ \overline{b} = F_{9_0 10_0}$

$F_{1_1} = c$

$F_{1_0} = c + \overline{b}$

$F_{4_0} = c + \overline{a}\ \overline{b} + a\ b$

$F_{4_1} = c + \overline{a}$

$F_{3_0} = c + \overline{b}$

$F_{3_1} = c$

$F_{9_1} = c + \overline{a} + \overline{b}$

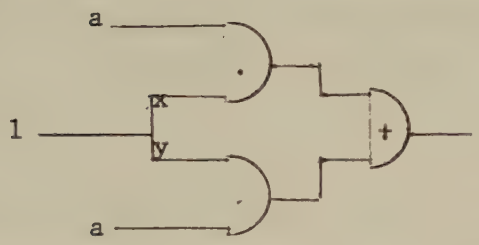
$F_{11_0} = \overline{a}\ \overline{b}$

$F_{12_0} = \overline{a}\ \overline{b}$

Relations entre les notions précédentes :

i) en général $\alpha \tilde{\sim} \beta$ et α , β compatibles n'entrainent pas $\alpha\ \beta \tilde{\sim} \beta$

Exemple :



$x_o \tilde{\sim} y_o$ car $F_{x_o} = F_{y_o} = a$

par contre $F_{x_o y_o} = o$ donc $x_o \not\tilde{\sim} x_o\ y_o$

Donc en particulier $\alpha \tilde{\sim} \beta$, $\gamma \tilde{\sim} \delta$, γ et α compatibles ainsi que β , δ n'entrainent pas $\alpha\ \gamma \tilde{\sim} \beta\ \delta$

L'indiscernabilité n'est pas une congruence pour la concaténation.

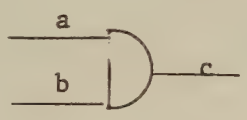
De même l'isotestatibilité n'est pas non plus une congruence pour la concaténation.

De même on peut avoir $\alpha \lhd \beta$ et $\gamma \lhd \delta$ sans que $\alpha\ \gamma \lhd \beta\ \delta$

$\alpha < \beta$ et $\gamma < \delta$ " " $\alpha\ \gamma < \beta\ \delta$

ii) si $\alpha\ \beta \tilde{\sim} \alpha$ on n'a pas forcément $\alpha \tilde{\sim} \beta$

Exemple :



$a_i\ c_j \tilde{\sim} c_j$ mais $a_i \not\tilde{\sim} c_j$

De même $\alpha\ \beta \sim \alpha \not\Rightarrow \alpha \sim \beta$

$\alpha\ \beta \lhd \alpha \not\Rightarrow \alpha \lhd \beta$

$\alpha\ \beta < \alpha \not\Rightarrow \alpha < \alpha$

RELATIONS LOCALES ENTRE PANNES

Soit R' un sous réseau de R: a) ayant pour sorties (respectivement entrées)

- toutes les sorties (resp. entrées) de R qui sont dans R'
- toutes les connexions qui sortent de R' pour aller dans R (resp. qui sortent de R pour aller dans R')

b) tel que tout chemin de R joignant 2 connexions de R' soit contenu dans R'.

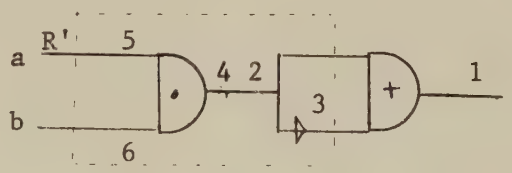
Si les contraintes physiques imposées qui créent une panne α ne détériorent que les éléments de R' on dit que α n'affecte que R'

Soit 2 pannes α et β n'affectant que R' on note $\alpha \overset{\sim}{\underset{R'}{\sim}} \beta$ si elles sont indiscernables pour R', $\alpha \underset{R'}{\sim} \beta$ si elles sont isotestables pour R'..., $\alpha \underset{R'}{\lhd} \beta$ et $\alpha < \beta$ si β cache α, α moins testable que β dans R'.

Propriétés : (1) $\alpha \overset{\sim}{\underset{R'}{\sim}} \beta \Rightarrow \alpha \overset{\sim}{\sim} \beta$

(2) mais on peut avoir $\alpha \underset{R'}{\sim} \beta$ et $\alpha \not\sim \beta$

Par exemple :



Soit les 2 pannes 4_0 et 2_0

On a $4_0 \overset{\sim}{\underset{R'}{\sim}} 2_0$ car pour R' $T_{4_0} = a\,b = T_{2_0}$

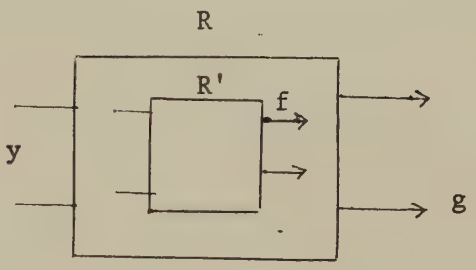
Mais $F_{4_0} = 1$ et $F_{2_0} = \bar{a} + \bar{b}$

(3) si $\alpha \underset{R'}{\lhd} \beta$ alors $\alpha \lhd \beta$ donc en particulier $\alpha < \beta$

Dem : soit $X_0 \in T_\alpha$ alors $g(f_\alpha(X_0), X_0) \neq g(f(X_0), X_0)$

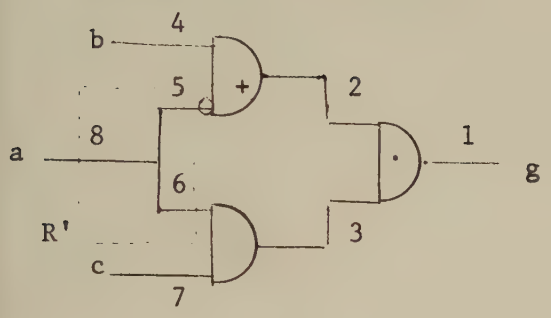
comme $\alpha \underset{R'}{\lhd} \beta$ on a donc aussi $f_\alpha(X_0) = f_\beta(X_0)$

donc enfin $g(f_\beta(X_0), X_0) = g(f_\alpha(X_0), X_0)$



(4) On peut avoir $\alpha < \beta$ et $\alpha \not\lhd \beta$
R'

Exemple :



$5_0 \underset{R'}{<} 8_0$

mais $\overset{0}{g}_{5_0}(a\ \overline{b}\ \overline{c}) = (0,1)$

tandis que $\overset{0}{g}_{8_0}(a\ \overline{b}\ \overline{c}) = (0,0)$

c.a.d. $5_0 \not< 8_0$

Corollaire si la fonction f entre R'et R est simple alors

$$\alpha \underset{R'}{\leq} \beta \Rightarrow \alpha \lhd \beta \Rightarrow \alpha < \beta$$

II - PANNES AUX ENTREES SORTIES D'UN OPERATEUR

Nous étudierons dans ce chapitre, les collages aux entrées sorties d'un opérateur. Après des théorèmes généraux (valables quels que soient les opérateurs) qui permettent entre autre de donner une borne aux nombre de collages indiscernables ainsi que les rapports entre relations d'équivalences de pannes et la concaténation, nous précisons ces résultats dans le cas d'opérateurs particuliers, (ET, OU, munis d'inverseurs sur les entrées sorties).

II - PANNES AUX ENTREES SORTIES D'UN OPERATEUR

a) Cas des opérateurs à plusieurs sorties

THEOREME 1- Tout collage dont le support est constitué par toutes les entrées est indiscernable d'un collage de toutes les sorties.

Dem : soit $F = (f^1 \ldots f^p)$ si α est un collage des entrées

$$f^i_\alpha (X) = i_j \qquad i_j \in \{0,1\} \quad i = 1 \ldots p$$

donc $\alpha \overset{\sim}{\vee} 1_i \; 2_j \ldots \; p_k$

Corollaire 1 : soit un opérateur a n entrées et p sorties il existe $3^{n+p} - 1$ collages des entrées et sorties, il y a seulement 2^p fonctions fausses constantes obtenues par les collages de toutes les sorties, il y a donc au plus $(3^n - 2^n)(3^p - 2^p) - 1 + 2^p$ classes d'indiscernabilité.

b) Cas des opérateurs à une seule sortie

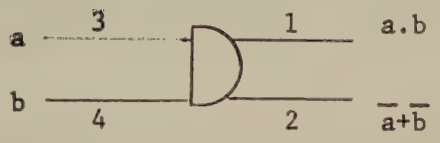
Du corollaire précédent on déduit qu'il y a $3^{n+1} - 1$ collages multiples sur les entrées et la sortie mais au plus $3^n - 2^n + 1$ fonctions fausses donc classes d'indiscernabilité.

THEOREME 2- Si la fonction est effectivement fonction d'au moins une entrée alors quel que soit le collage β de la sortie il existe un collage α des entrées vérifiant $\alpha \overset{\sim}{\vee} \beta$

Corollaire 2 : les classes d'indiscernabilité de l'ensemble des collages sur les entrées et de l'ensemble des collages sur les entrées et la sortie, sont les mêmes.

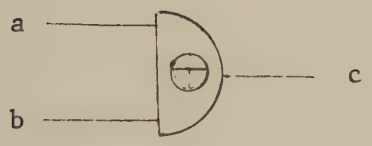
Le corollaire précédent n'est pas vrai dans le cas de plusieurs sorties

Exemple :



Il n'y a pas de collage des entrées α tel que $\alpha \overset{\sim}{\nu} 1_0\ 2_0$

Dans certains cas la borne $3^n - 2^n + 1$ est atteinte. Ex :



$F_{a_o} = b$ $\qquad n = 2$

$F_{a_1} = \overline{b}$

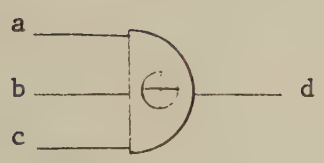
$F_{b_o} = a$ borne = $\qquad 3^2 - 2^2 + 1 = 6$

$F_{b_1} = \overline{a}$

$F_{c_o} = o$

$F_{c_1} = 1$

Mais le plus souvent le nombre de classe est plus faible :



$F = a \oplus b \oplus c$

$F_{a_o} = b \oplus c$ $\qquad F_{a_o b_o} = c$ $\qquad F_{d_o} = o$

$F_{a_1} = b \odot c$ $\qquad F_{a_o b_1} = \overline{c}$

$F_{b_o} = a \oplus c$ $\qquad F_{a_o c_o} = b$ $\qquad F_{d_1} = 1$

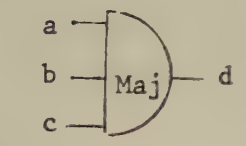
$F_{b_1} = a \odot c$ $\qquad F_{a_o c_1} = \overline{b}$

$F_{c_o} = a \oplus b$ $\qquad F_{a_o c_o} = a$

$F_{c_1} = a \odot b$ $\qquad F_{a_o c_1} = \overline{a}$

On a 14 classes d'indiscernabilité alors que la borne est $3^3 - 2^3 + 1 = 20$.

Porte majorité



$F = ab + ac + bc$

$F_{a_o} = bc$ $\quad F_{b_o} = ac$ $\quad F_{c_o} = ab$

$F_{a_1} = b+c$ $\quad F_{b_1} = a+c$ $\quad F_{c_1} = a+b$

$F_{a_o b_1} = c = F_{a_1 b_o}$

$F_{a_o c_1} = b$

$F_{b_o c_1} = a$

$F_{a_o b_o} = F_{a_o c_o} = F_{d_o} = o$

$F_{a_1 b_1} = \ldots = F_{d_1} = 1$

On a 11 classes d'indiscernabilité

THEOREME 3- Soit α et β 2 collages des entrées d'une fonction tels que $\alpha \approx \beta$ et α, β sont compatibles alors : $\alpha \approx \alpha\ \beta \approx \beta$.

Dem : soit les entrées x, y, z, t $\quad \alpha = x_i\ t_k \quad \beta = z_j\ t_k$

$f(x_i, y, z, t_k) = f(x, y, z_j, t_k)$

donc $f(x_i, y, z, t_k) = f(x_i, y, z_j, t_k)$

THEOREME 4- Soit α, β, γ, δ des collages des entrées ayant des supports disjoints alors : $\alpha \approx \beta$ et $\gamma \approx \delta \Rightarrow \alpha\ \gamma \approx \alpha\ \delta \approx \beta\ \gamma \approx \beta\ \delta$

Dem : $F(\alpha, y, z, t) = F(x, \beta, z, t)$

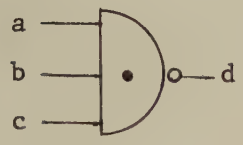
et $F(x, y, \gamma, t) = F(x, y, z, \delta)$

donc $F(\alpha, y, z, \delta) = F(\alpha, y, \gamma, t) = F(x, \beta, \gamma, t) = F(x, \beta, z, \delta)$

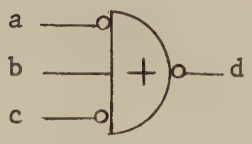
c) Aux entrées sorties d'un opérateur élémentaire

Définition : On appelle opérateur élémentaire l'opérateur formé soit d'un ET, soit d'un OU, dont les entrées et la sortie peuvent être munis d'inverseurs.

Exemple :



$d = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}$



$d = a\,\overline{b}\,c$

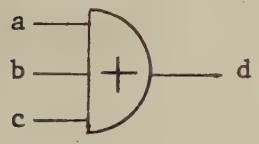
Notons que les opérateurs NI et NAND sont des opérateurs élémentaires alors que la disjonction et la porte majorité n'en sont pas.

i) Cas du OU sans inverseur.

Pour le OU la valeur 1 sur une des entrées est absorbante ($x + 1 = 1$). Donc tout collage des entrées, tel qu'une des entrées soit collée à 1, est équivalent à la sortie collée à 1. Les seuls collages des entrées indiscernables d'un collage de la sortie sont donc les collages à 0 n'affectant pas toutes les entrées.

Propriété : Si l'opérateur OU a n entrées il y a donc 2^n classes d'indiscernabilité.

Exemple :



on a les classes a_o $b_o\,c_o$

$a_o b_o$ c_o

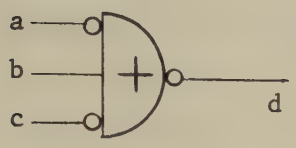
$a_o c_o$ $d_o \tilde{\approx} a_o b_o c_o$

b_o d_1

ii) Cas du OU dont les entrées et la sortie peuvent avoir des inverseurs.

Il est facile de voir que la valeur d'entrée absorbante est 1 s'il n'y a pas d'inversion et 0 s'il y en a. S'il y a une entrée absorbante la sortie vaut alors 0 quand il y a une inversion sur la sortie.

Exemple :



on a les classes

a_1

b_o

c_1

$a_1 b_o$

$a_1 c_1$

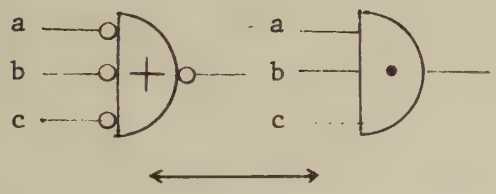
$b_o c_1$

d_o

d_1

iii) Le cas du ET se déduit du OU en inversant chaque entrée et sortie.

Exemple :



les classes sont : $a_1, b_1, c_1, a_1 b_1, a_1 c_1, b_1 c_1, d_o, d_1$

Propriété : Un opérateur élémentaire ayant n entrées a 2^n classes d'indiscernabilité.

THEOREME 5- Si α est un collage des entrées d'un opérateur élémentaire alors il existe β (collages simples des entrées) tel que $\beta \lhd \alpha$

Dem : dans le cas du OU à n entrées
les seuls collages qui ne sont pas indiscernables d'un collage simple sont les collages à 0 de p entrées $(2 \leqslant p \leqslant n-1)$

soit par exemple $x_o^1 \; x_o^2 .. \; x_o^p \qquad x_o^i \lhd x_o^1 \; x_o^2 .. \; x_o^p \qquad i \in \{1,2,..p\}$

en effet

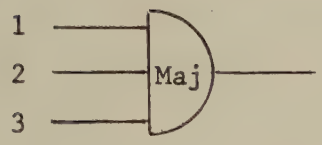
$X \in T_{x_o^i} \Rightarrow x^i = 1$ et $x^j = 0 \quad j \neq i$

Corollaire : Pour tester un opérateur élémentaire de n entrées il suffit de tester n + 1 collages simples

Exemple : pour OU: n collages à 0 d'une entrée
collage à 1 de la sortie

N.B. Cette propriété n'est pas vraie pour n'importe quel type d'opérateur :

Exemple : porte majorité



$T_{1_o} = E_r \left[1\ \overline{2}\ 3 + 1\ 2\ \overline{3} \right]$

$T_{2_1} = E_r \left[1\ \overline{2}\ \overline{3} \right]$

1_o ⊲
2_1 ⊲ $\}1_o 2_1$

$T_{1_o 2_1} = E_r \left[1\ 2\ \overline{3} + \overline{1}\ \overline{2}\ 3 \right]$

III - DECOMPOSITION FONCTIONNELLE D'UN RESEAU

Nous définissons une décomposition particulière d'un réseau initial en sous réseaux. Celle-ci permet, connaissant les classes de pannes indiscernables des sous réseaux, d'approcher les classes du réseau global. Cette décomposition permet aussi d'avoir des relations d'ordre sur les classes en connaissant les relations d'ordre sur les sous réseaux.

III - DECOMPOSITION FONCTIONNELLE D'UN RESEAU

A- Décomposition et classes de pannes

Soit un réseau R élaborant la fonction F. On considère n nous réseaux $R^1..R^n$ partionnant les opérateurs de R, vérifiant chacun :

a) R^i a comme sorties (respectivement entrées) :

d'une part les sorties (entrées) de R qui sont dans R^i

d'autre part toutes les connexions qui sortent de R^i pour aller dans R (sortent de R pour aller dans R^i)

b) Tout chemin joignant 2 connexions de R^i est contenu dans R^i.

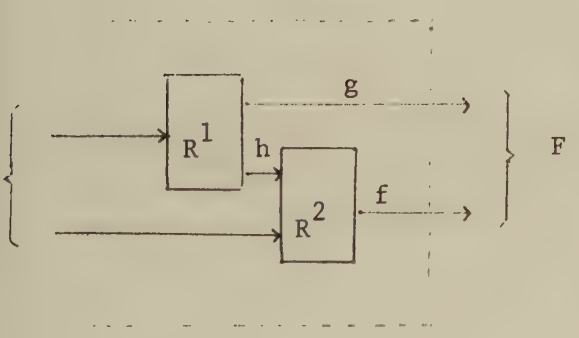
On dit qu'on a alors une décomposition fonctionnelle de R en R^1, R^2,..R^n

THEOREME Soit une décomposition fonctionnelle de R en R^1, R^2,.. R^n, α^i et β^i des pannes n'affectant que R^i $\quad i = 1...n$

Si $\alpha^i \underset{R^i}{\sim} \beta^i \quad i = 1...n$

Alors : $\alpha^1 \alpha^2 ... \alpha^n \sim \beta^1 \beta^2 ... \beta^n$

Dem : pour n = 2



$$F(X) = \{g(X), f[h(X), X]\}$$

$$F_{\alpha^1 \alpha^2}(X) = \{g_{\alpha^1}(X), f_{\alpha^2}[h_{\alpha^1}(X), X]\}$$

$$= \{g_{\beta^1}(X), f_{\alpha^2}[h_{\beta^1}(X), X]\}$$

$$= \{g_{\beta^1}(X), f_{\beta^2}[h_{\beta^1}(X), X]\}$$

$$= F_{\beta^1 \beta^2}(X)$$

Notation : Comme on avait définit la concaténation xy de 2 pannes compatibles x et y on définit la concaténation AB de 2 ensembles de pannes A et B.

Exemple : $A = \{a_o, b_1, c_o d_1\}$

$B = \{a_o c_1, e_o\}$

$AB = \{a_o c_1, a_o e_o, a_o b_1 c_1, b_1 e_o, c_o d_1 e_o\}$

On note A.B l'ensemble des pannes $A \cup B \cup AB$

Si $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont des ensembles représentants de classes de pannes de A et de B , on définit de même $\mathcal{A}.\mathcal{B}$.

Corollaire : Soit R un réseau et une décomposition fonctionnelle en n sous réseaux $R^1 \ldots R^n$.
Soit A, A^1, A^2,... A^n les ensembles de pannes de R, R^1 R^2,...R^n
Alors :
$A = A^1 . A^2 . \ldots A^n$
$\mathcal{A} \subset \mathcal{A}^1 . \mathcal{A}^2 . \ldots \mathcal{A}^n$

On peut donc ainsi approcher les classes de R par concaténation des classes de R^i.

Soit une décomposition fonctionnelle de R en A et B telle que toutes les sorties de A soient entrées de B.

Soit f les connexions sortant de A. Notons $\mathcal{B}_f$ les classes d'indiscernabilité locales de B dont les fonctions fausses correspondantes dépendent de f et $\mathcal{B}_{\overline{f}}$ celles dont les fonctions fausses ne dépendent pas de f. $\mathcal{A}_{\overline{k}}$ représente les classes d'indiscernabilité locales de A dont les fonctions fausses correspondantes ne sont pas constantes.

THEOREME : Si $\mathcal{R}$ est l'ensemble des classes d'indiscernabilité sur R on a :

$$\mathcal{R} \subset \mathcal{B}_{\overline{f}} \cup (\mathcal{A}_{\overline{k}} \cdot \mathcal{B}_f)$$

Dem : $\mathcal{A}.\mathcal{B} = (\mathcal{A}_k \cup \mathcal{A}_{\overline{k}}).\ (\mathcal{B}_f \cup \mathcal{B}_{\overline{f}})$

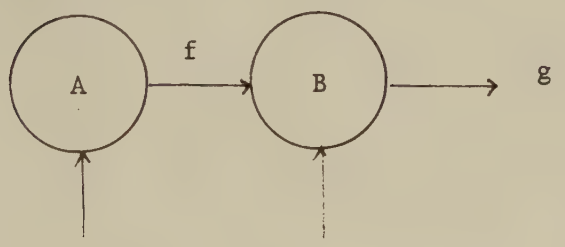
$$= (\mathcal{A} \cdot \mathcal{B}_f) \cup (\mathcal{A}.\mathcal{B}_{\overline{f}})$$

Or $\alpha \in (\mathcal{A}.\mathcal{B}_{\overline{f}}) \Rightarrow \exists\ \beta \in \mathcal{B}_{\overline{f}} : \alpha \approx \beta$

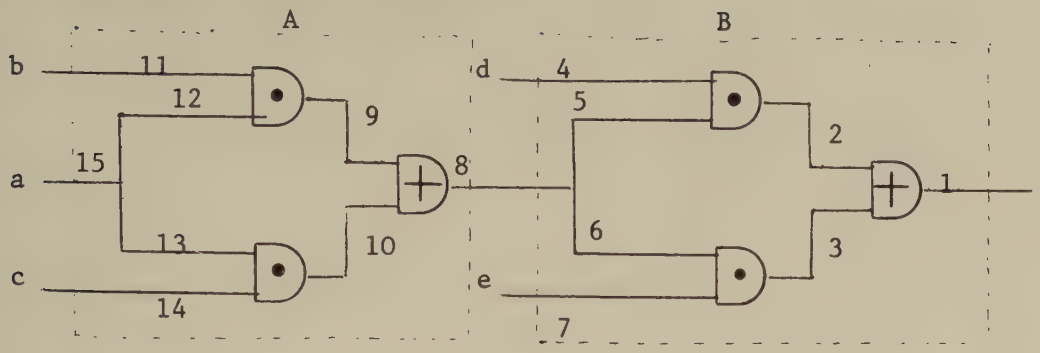
Donc $\mathcal{R} \subset \mathcal{B}_{\overline{f}} \cup (\mathcal{A}.\mathcal{B}_f)$

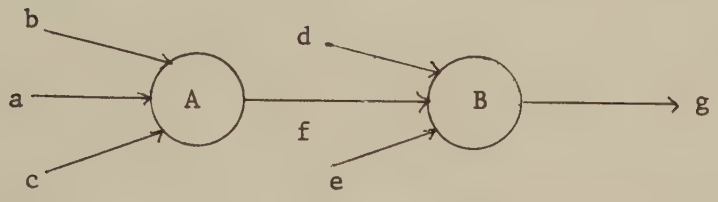
Mais d'autre part : $\alpha \in \mathcal{A}_k \cdot \mathcal{B}_f \Rightarrow \exists \beta \in \mathcal{B}_f : \alpha \approx \beta$

C'est que $\mathcal{R} \subset \mathcal{B}_{\overline{f}} \cup \mathcal{A}_{\overline{k}}\,\mathcal{B}_f$



Exemple : soit le réseau





Pour et on a les pannes suivantes avec leur fonction fausse correspondante

$\mathcal{A}$: f = ab + ac

9_o	ac
10_o	ab
15_1	b+c
$9_o 13_1$	c
$10_o 12_1$	b
11_1	a
13_1	ab+c
12_1	ac+b

$\mathcal{B}$: g = fd + fe

2_o	fe
3_o	fd
8_1	d+e
$3_o 5_1$	d
$2_o 6_1$	e
4_1	f
1_o	o
1_1	1
5_1	fe+d
6_1	fd+e

Comme on a $\mathcal{R} \subset \mathcal{A} \cup \mathcal{B} \cup \mathcal{AB}$ on voit qu'il existe au plus :
8 + 10 + 8.10 = 98 classes d'équivalences dans $\mathcal{R}$

En particulier on a $11_1 \underset{R_1}{\approx} 14_1$ et $4_1 \underset{R_2}{\approx} 7_1$

D'où $11_1\ 4_1 \approx 11_1\ 7_1 \approx 14_1\ 4_1 \approx 14_1\ 7_1$

Sur cet exemple l'inclusion est stricte en effet, avec la panne 1_o par exemple g ne dépend plus de f et alors $1_o\ \alpha \approx 1_o$ pour toute panne α de R_1.

THEOREME 2 Sous les mêmes hypothèses que précédemment si de plus f est une fonction simple et les entrées de A et B sont disjointes alors :

$$\mathcal{R} = \mathcal{B}_{\overline{f}} \cup (\mathcal{A}_{\overline{k}} \cdot \mathcal{B}_f) = \mathcal{B}_{\overline{f}} \cup \mathcal{A}_{\overline{k}} \cup \mathcal{B}_f \cup (\mathcal{A}_{\overline{k}} \mathcal{B}_f)$$
$$= \mathcal{B} \cup \mathcal{A}_{\overline{k}} \cup (\mathcal{A}_{\overline{k}} \mathcal{B}_f)$$

Dem : Il suffit de montrer que $\alpha \in X$
$\beta \in Y \Rightarrow \alpha \overset{\chi}{\nsim} \beta$

Avec $X = \mathcal{B}$ ou $\mathcal{A}_{\overline{k}}$ ou $(\mathcal{A}_{\overline{k}} \mathcal{B}_f)$ et $Y = \mathcal{B}$ ou $\mathcal{A}_{\overline{k}}$ ou $(\mathcal{A}_{\overline{k}} \mathcal{B}_f)$

1°) x, $\beta \in \mathcal{B}$ alors $\alpha \underset{B}{\overset{\chi}{\sim}} \beta$ signifie :

$\exists$ f_o , Y_o : g_α $(f_o, Y_o) \neq g_\beta$ (f_o, Y_o)

en prenant X_o tel que $f(X_o) = f_o$ on a g_α $(f(X_o), Y_o)$

$\neq g_\beta$ $(f(X_o), Y_o)$ donc $\alpha \overset{\chi}{\nsim} \beta$

2°) $\alpha, \beta \in \mathcal{A}_{\overline{k}}$ alors $\alpha \underset{A}{\overset{\chi}{\sim}} \beta \Rightarrow \exists X_o : f_\alpha (X_o) \neq g_\beta (X_o)$

en choisissant Y_o tel que $g(f, Y_o)$ dépende de f on a

$g(f_\alpha (X_o), Y_o) \neq g(f_\beta (X_o), Y_o)$ C.A.D. $\alpha \overset{\chi}{\nsim} \beta$

3°) α_1 α_2, β_1 $\beta_2 \in (\mathcal{A}_{\overline{k}} \times \mathcal{B}_f)$

$\exists f_o, Y_o$: g_{α_2} $(f_o, Y_o) \neq g_{\beta_2}$ (f_o, Y_o)

avec :

4°) $\alpha \in X$ $\beta \in Y$ avec $X \neq Y$ on a alors tout de suite : $\alpha \overset{\chi}{\nsim} \beta$

Exemple du réseau précédent :

$\mathcal{A}_{\overline{k}}$:	9_o	ac
	10_o	ab
	15_1	b+c
	9_o13_1	c
	10_o12_1	b
	11_1	a
	12_1	ab+c
	13_1	ac+b

$\mathcal{B}_f$	2_o	fe
	3_o	fd
	4_1	ef
	5_1	fe+d
	6_1	fd+e

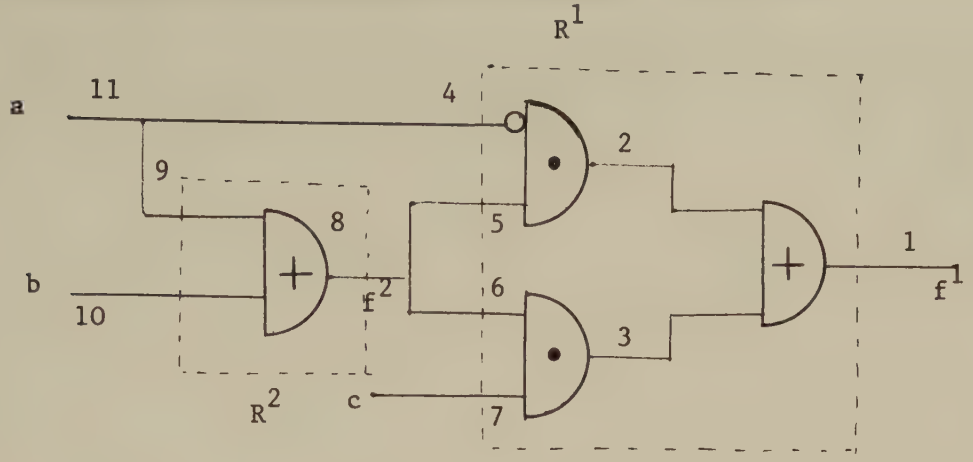
$\mathcal{B}_{\overline{f}}$	8_1	d+e
	3_o5_1	d
	2_o6_1	e
	1_o	o
	1_1	1

$(\mathcal{A}_{\overline{k}}\ \mathcal{B}_f)$:	2_o9_o	ace	3_o9_o	acd	4_19_o	ac
	" 10_o	abe	" 10_o	abd	" 10_o	ab
	" 15_1	(b+c)e	" 15_1	(b+c)d	" 15_1	b+c
	" 9_o13_1	ce	" 9_o13_1	cd	" 9_o13_1	c
	" 10_o12_1	be	" 10_o12_1	bd	" 10_o12_1	b
	" 11_1	ae	" 11_1	ad	" 11_1	a
	" 12_1	(ab+c)e	" 12_1	(ab+c)d	" 12_1	ab+c
	" 13_1	(ac+b)e	" 13_1	(ac+b)d	" 13_1	ac+b

5_19_o	ace+d	6_19_o	acd+e
" 10_o	abe+d	" 10_o	abd+e
" 15_i	(b+c)e+d	" 15_1	(b+c)d+e
" 9_o13_1	ce+d	" 9_o13_1	cd+e
" 10_o12_1	be+d	" 10_o12_1	bd+e
" 11_1	ae+d	" 11_1	ad+e
" 12_1	(ab+c)e+d	" 12_1	(ab+c)d+e
" 13_1	(ac+b)e+d	" 13_1	(ac+b)d+e

On obtient les 58 classes d'indiscernabilité

Exemple où les hypothèses sur les entrées des sous réseaux ne sont pas vérifiées, on n'obtient pas exactement les classes

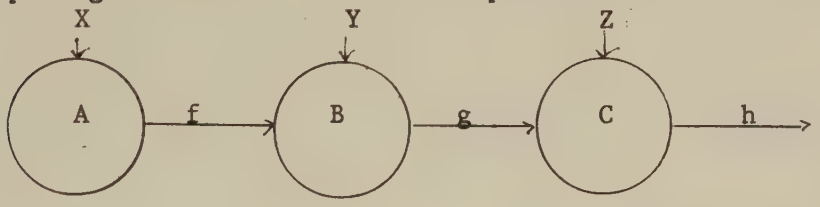


La panne 3_o donne $f^1_{3_o} = \bar{a}\ f^2$ $\quad 3_o \in \mathcal{R}^1_f$

la panne 10_o donne $f^2_{10_o} = a$ $\quad 10_o \in \mathcal{R}^2_{\bar{k}}$

mais $3_o 10_o \Longrightarrow F_{3_o 10_o} = 0$ $\quad 3_o 10_o \sim 1_o$

On peut généraliser la structure précédente :

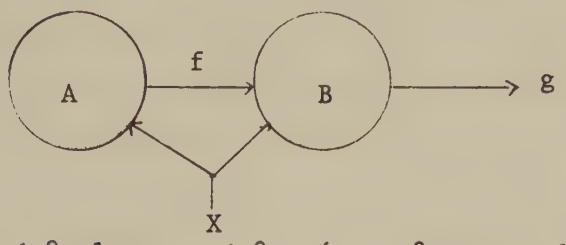


$$\mathcal{R} = \mathcal{C}_{\bar{g}} \cup \left[\mathcal{C}_g \cdot \left\{ (\mathcal{B}_{\bar{f}} \cap \mathcal{B}_{\bar{k}}) \cup (\mathcal{B}_f \cdot \mathcal{A}_{\bar{k}}) \right\} \right]$$

Car en posant $D = A \cup B$ $\quad \mathcal{D}_{\bar{k}} = (\mathcal{B}_{\bar{f}} \cap \mathcal{B}_{\bar{k}}) \cup (\mathcal{B}_f \cdot \mathcal{A}_{\bar{k}})$

B - Décomposition fonctionnelle et ordre sur les classes

Soit une décomposition fonctionnelle de R en A et B, toute sortie de A étant entrée de B, A élaborant f et B élaborant g



si $\alpha \underset{B}{\leq} \beta$ alors $\alpha < \beta$ (α et β pannes de B)

Dem : si f_o, X_o tels que $g_\alpha (f_o, X_o) \neq g (f_o, X_o)$ (1)

$\Rightarrow g_\beta (f_o, X_o) \neq g (f_o, X_o)$ (2)

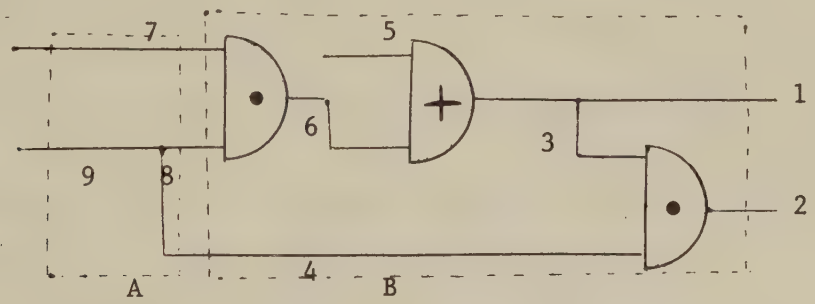
si X_1 tel que $f(X_1)$, X_1 vérifient (1)

alors (2) est vérifié

Exemple : $5_1 \underset{B}{\leq} 8_1$ et $5_1 < 8_1$

On peut très bien avoir $\alpha \underset{B}{\not\leq} \beta$ et $\alpha < \beta$

Exemple :



Pour détecter 3_1 il faut 4= 1, 5 = 6 = 0

d'où les tests pour B : $E_2(4\ \bar{5}(\bar{7} + \bar{8}))$

et en particulier le test $4\ \bar{5}\ \bar{8}$ ne détecte pas 7_1

donc $3_1 \underset{B}{\not\leq} 7_1$

pourtant dans R pour détecter 3_1 il faut

$4_1\ 5_o\ 6_o$ donc $\bar{7}\ 8$ et $\bar{7}\ 8$ détecte 7_1.

THEOREME : Soit α et β pannes de A telles que $\alpha \lhd_A \beta$ et panne de B

i) si $\alpha \lhd \alpha.\gamma$ alors $\alpha \lhd \beta.\gamma$

ii) si $\alpha < \alpha.\gamma$ alors $\alpha < \beta.\gamma$

iii) si $\gamma \lhd \beta.\gamma$ alors $\gamma \lhd \alpha.\gamma$

iV) si $\gamma < \beta.\gamma$ alors $\gamma < \alpha.\gamma$

Dem: i) soit $X_o \in T_\alpha$ alors $f_\alpha(X_o) = f_\beta(X_o)$

donc $g_\gamma(f_\beta(X_o), X_o) = g_\gamma(f_\alpha(X_o), X_o) = g(f_\alpha(X_o), X_o)$

ii) $X_o \in T_\alpha$ alors $f_\alpha(X_o) = f_\beta(X_o)$

donc $g_\gamma(f_\beta(X_o), X_o) = g_\gamma(f_\alpha(X_o), X_o) \neq g(f(X_o), X_o)$

iii) $X_o \in T_\gamma$ entraine $g_\gamma(f_\beta(X_o), X_o) = g_\gamma(f(X_o), X_o)$

$\alpha \lhd_A \beta$ implique $f_\alpha(X) =$ soit $f(X)$ (1)
soit $f_\beta(X)$ (2)

(1) donne $g_\gamma(f_\alpha(X_o), X_o) = g_\gamma(f(X_o), X_o)$

(2) " $g_\gamma(f_\alpha(X_o), X_o) = g_\gamma(f_\beta(X_o), X_o) = g_\gamma(f(X_o), X_o)$

iV) $X_o \in T_g$ entraine $g_\gamma(f_\beta(X_o), X_o) \neq g(f(X_o), X_o))$

On fait le même raisonnement que pour iii)

On trouve $g_\gamma(f_\alpha(X_o), X_o) \neq g(f(X_o), X_o)$

Application : Exemple p

$12_1 \lhd 12_1\ 5_1$ et $12_1 \lhd_A 15_1$ | $12_1 \lhd 15_1\ 5_1$
$\lhd 12_1\ 6_1$ donc ⟶ | $\lhd 15_1\ 6_1$
$\lhd 12_1\ 4_1$ | $\lhd 15_1\ 4_1$

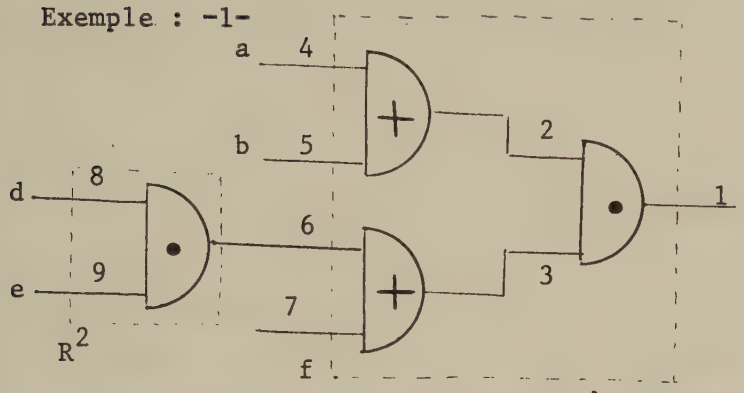
$12_1 \lhd_A 15_1$ et $4_1 \lhd 4_1\ 15_1$ | $4_1 \lhd 4_1\ 12_1$
13_1 donc ⟶ | $\lhd 4_1\ 13_1$

Remarque : Soit une décomposition fonctionnelle de R en 2 sous réseaux R^1 et R^2

si $\alpha \underset{R^i}{\lhd} \beta$ et γ panne de R^j $i \neq j$ $\{1,2\}$

On n'a pas en général $\alpha\,\gamma \lhd \beta\,\gamma$

Exemple : -1-

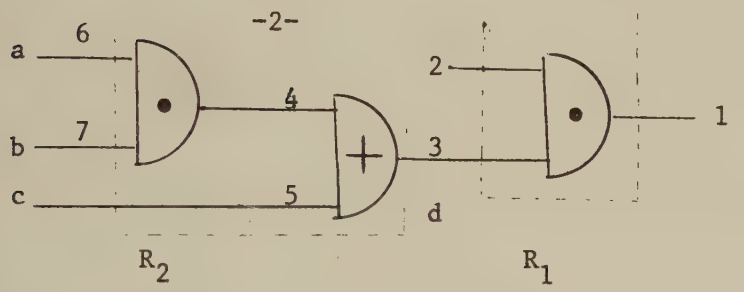


$7_o \overset{\lhd}{R'} 4_o 7_o$

mais $9_1 7_o \not\lhd 9_1 4_o 7_o$

Car a $\overline{b}$ d $\overline{e}$ $\overline{f}$ détecte $9_1 7_o$ mais ne détecte pas $9_1 4_o 7_o$

-2-



$6_1 \overset{\lhd}{R_2} 6_1 5_o$

mais $6_1 3_1 \not\lhd 6_1 3_1 5_o$

En effet a $\overline{b}$ c $\overline{d}$ détecte $6_1\ 3_1$ sans détecter $6_1\ 3_1\ 5_o$

IV - ECOULEMENT D'UNE PANNE, PANNES MOINS LOCALISABLES

En utilisant la notion d'écoulement de (1) on définit les écoulements et propagation d'une panne simple ou multiple. Pour chaque propagation on peut définir une relation de préordre entre pannes. En vérifiant que la relation est vérifiée pour tout écoulement on est amené ainsi a simplifier les pannes qu'il est nécessaire de traiter pour s'assurer de la bonne marche d'un circuit.

(1) Madame REYNAUD-GAROCHE : Théorie des écoulements

IV - ECOULEMENTS D'UNE PANNE, PANNES MOINS LOCALISABLES

Soit une panne α (= $\alpha^1_{i_1}\ \alpha^2_{i_2} \ldots \alpha^p_{i_p}$ α^j étant des connexions du réseau)

On appelle écoulement (1) de α un ensemble de chemins entre au moins un α^j et une sortie.

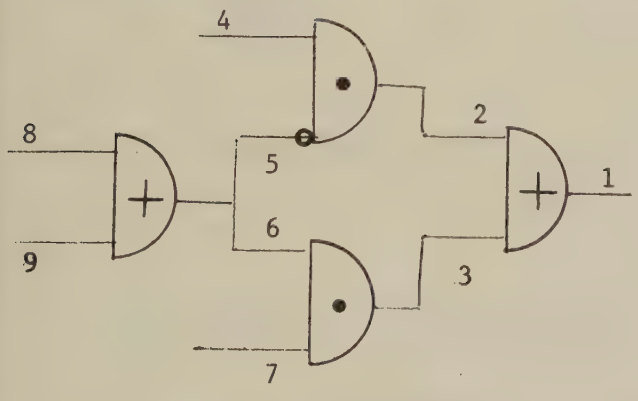
La parité d'un chemin d'un réseau est la parité du nombre d'inverseurs le long de celui-ci. Notons qu'on ne peut définir la parité d'un chemin si celui-ci traverse, par exemple, une porte OU exclusif mais que la parité est parfaitement définie si les opérateurs traversés sont des opérateurs élémentaires.

On dit qu'un écoulement E de α est un écoulement logique s'il vérifie la propriété suivante : pour toute connexion c de E et tous collages $\alpha^j_{i_j}$ $\alpha^k_{i_k}$ de α, s'il existe 2 chemins c_1 et c_2 de l'écoulement joignant α^j à c et α^k à c, ils doivent vérifier :

$$\text{parité } c_1 \oplus i_j = \text{parité } c_2 \oplus i_k$$

Pour la suite en parlant d'écoulement on sous entend écoulement logique

Exemple :



écoulements logiques :

E_1

E_2

E_4

E_5

écoulements de $8_o\ 4_1$

$E_1 = 8, 5, 2, 1$

$E_2 = 8, 6, 3, 1$

$E_3 = E_1 \cup E_2 = 8, 5, 6, 3, 2, 1$

$E_4 = 4, 2, 1$

$E_5 = E_1 \cup E_4 = 8, 5, 4, 2, 1$

$E_6 = E_2 \cup E_4 = 8, 6, 3, 2, 1$

$E_7 = E_3 \cup E_4 = 8, 6, 5, 4, 3, 2, 1$

(1) cette notion est due à Mme Raynaud Garoche

On peut donc définir la parité d'une panne au niveau d'un point d'un écoulement logique.

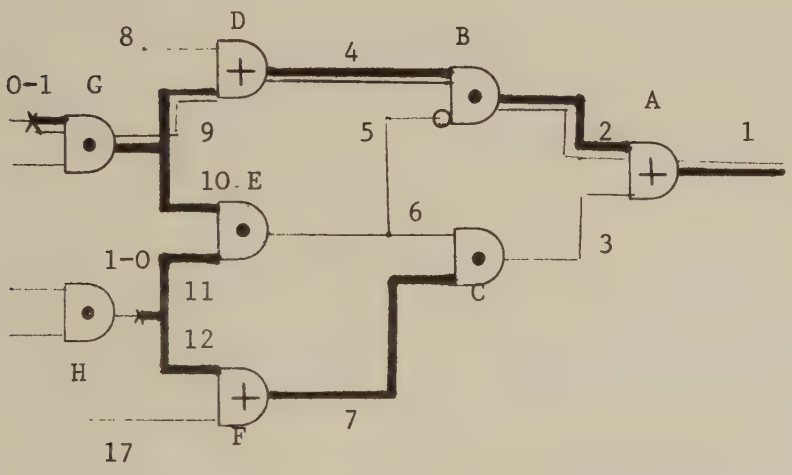
Si (parité $c_1 + i_j$) est pair la panne α est dite décroissante au niveau de ce point pour l'écoulement considéré.

Si (parité $c_1 + i_j$) est impair la panne α est dite croissante au niveau de ce point pour l'écoulement considéré.

Quand pour tout écoulement contenant un point du réseau, α est toujours croissante (toujours décroissante) on dit que α est croissante (décroissante) au niveau de ce point.

Si au niveau d'un point d'un écoulement de α on ne peut pas définir si α est croissante ou décroissante on dit qu'alors α est alternée au niveau de ce point.

Une propagation de α est un écoulement de α à la sortie ainsi qu'à certains points du réseau.



Une propagation de $13_1\ 11_0\ 12_0$ est:1, 2, 4, 7, 9, 10, 11, 12, 13

un écoulement de $13_1\ 11_0\ 12_0$ est : 1, 2, 4, 9, 13

Définition : le bord d'une propagation est l'ensemble des noeuds de celle-ci dont au moins une connexion incidente n'appartient pas à la propagation et dont la sortie soit dans la propagation.

On définit de même la bord d'un écoulement (cf. Mme Raynaud Garoche)

pour l'exemple ci-dessus le bord est : A, B, D, G, F

Les vecteurs de test relatifs à une propagation P sont des vecteurs d'entrée X tels que : $\forall a \in P \iff \overset{o}{A}(X) = (i, \bar{i})$ On note $\{X_p\}$ l'ensemble des vecteurs de tests de α relatif à la propagation P.

On dit que β cache α pour la propagation P de α si :

$$X \in \{X_p\} \Rightarrow f_\beta(X) = f_\alpha(X) \quad \text{on note} \quad \alpha \overset{p}{\lhd} \beta$$

On a évidemment $(\alpha \lhd \beta) \iff (\alpha \overset{p}{\lhd} \beta, \forall p \text{ propagation de } \alpha)$

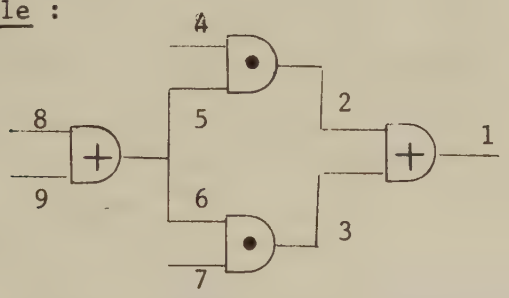
Lemme : Soit un collage α ayant une propagation p et un collage β telle que :
$\forall a \in p, X \in \{X_p\} \Rightarrow \overset{o}{A}_\alpha(X) = \overset{o}{A}_{\alpha\,\beta}(X)$

alors $\alpha \overset{p}{\lhd} \alpha\,\beta$

Corollaire 1 : s'il existe $a \in p$ tel que $\forall X \in \{X_p\}\ A_\alpha(X) = i$ alors $\alpha \overset{p}{\lhd} \alpha a_i$

Corollaire 2 : s'il existe a tel que $\forall X \in T_\alpha\ A_\alpha(X) = i$ alors $\alpha \lhd \alpha\, a_i$

Exemple :



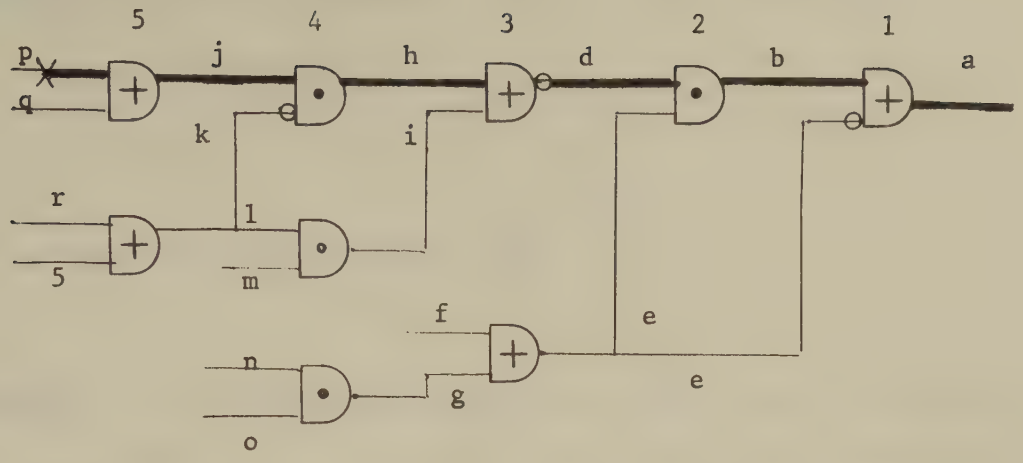
$8_o \lhd 8_o\, 2_o$

Soit une panne α et p une propagation de α. Notons D l'ensemble des opérateurs OU du bord de p tels que α y soit décroissante et C l'ensemble des opérateurs ET du bord de p pour lesquels α y est croissante.

THEOREME 1 : Soit β une panne n'affectant pas p. si β est décroissante en D et croissante en C alors : $\alpha \overset{p}{\lhd} \alpha.\,\beta$

Dem : Pour toute sortie du bord, donc pour toute connexion de p la condition du lemme est vérifiée.

Exemple :



Soit la panne p_o la propagation est 5, 4, 3, 2, 1 on a D= 5, 3 C = 2

Donc $p_o \triangleleft p_o . r_o . n_1$

Définition : On dit que α et β convergent séparément vers l'opérateur θ s'il existe 2 ensembles d'entrées (disjointes) de θ , X et Y tels que X soit une coupure de tout écoulement de α et Y coupure pour les écoulements d β

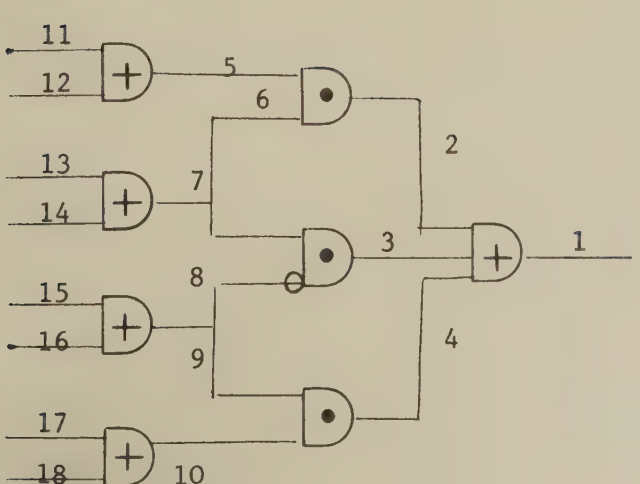
Corollaire : Soit α et β convergent séparément vers l'opérateur θ = (OU) si α est croissante au niveau de θ alors $\alpha \triangleleft \alpha . \beta$
si α est décroissante au niveau de θ alors $\beta \triangleleft \alpha . \beta$

N.B. On a le corollaire dual pour θ = ET :

si α est croissante au niveau de θ alors $\beta \triangleleft \alpha . \beta$

si α est décroissante " " " " $\alpha \triangleleft \alpha' \beta$

Exemple :



5_1 et 15_o convergent séparément en θ

11_o et 15_o " " "

11_o et 17_o " " "

donc $5_1 \triangleleft 5_1 \; 15_o$

$15_o \quad 15_o \triangleleft 11_o$

$11_o \quad 11_o \triangleleft 17_o$

THEOREME 2 - Soit les connexions : $\beta^1\ \beta^2 \ldots\ \beta^p \in$ p vérifiant :

$$X \in \{X_p\} \Rightarrow \beta^j_\alpha\ (X) = i_j$$

$$\text{alors } \alpha \overset{p}{\triangleleft} \alpha\ \beta^1_{i_1} \cdot \beta^2_{i_2} \ldots \beta^p_{i_p}$$

Dem : Le lemme s'applique immédiatement.

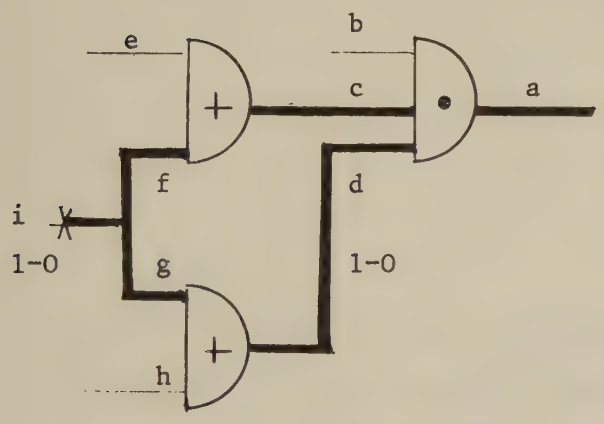
THEOREME 3 - Soit un opérateur θ (OU) de p dont la sortie soit dans p et dont il existe $x^1\ x^2 \ldots\ x^n$ entrées dans p alors tout collage β , collage à 0 des entrées de θ laissent au moins une entrée de $x^1 \ldots x^4$ non collée, vérifi

$$\alpha \overset{p}{\triangleleft} \alpha\ \beta$$

Dem : Cf. lemme

Remarque : Pour θ =(ET) β est un collage à 1

Exemple :



soit la panne i_o et la propagation :

p = {i, f, g, c, d, a}

Th 2 : $i_o \overset{p}{\triangleleft} i_o\ c_o$

Th 3 : $i_o \overset{p}{\triangleleft} i_o\ b_1\ c_1$

THEOREME - : Soit une panne α et a un isthme de tout écoulement de α alors si α est croissante au niveau de a $\alpha \lhd a_1$

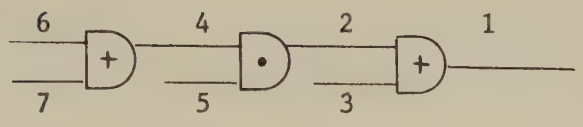
si α est décroissante au niveau de a $\alpha \lhd a_o$

Dem : soit F la fonction élaborée par le réseau. on a $F(X) = f(X), a(X))$

$$X_o \in T_\alpha \Rightarrow F_\alpha(X_o) = f(X_o, a_\alpha(X_o)) = f(X_o, i) \neq F(X_o)$$

donc $$F_{a_i}(X_o) = f(X_o, i) = F_\alpha(X_o)$$

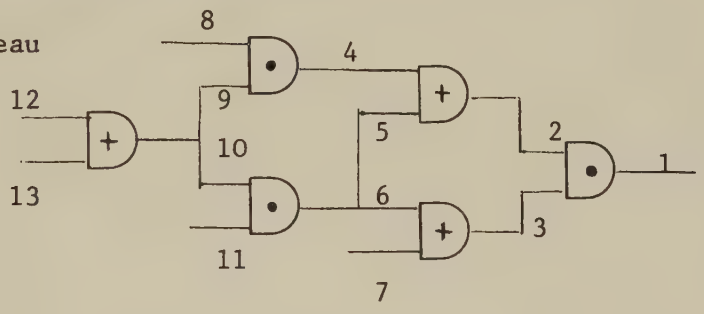
Exemple :



$6_o \lhd 2_o \lhd 1_o$ et $4_1 \lhd 1_1$

Application des théorèmes précédents

Soit le réseau



Parmi les $3^{13} - 1$ pannes multiples il suffit de n'en considérer que 178 parmi celles-ci, 18 pannes sont moins localisables que les autres :

Ce sont les pannes simples : $3_1\ 4_o\ 5_o\ 6_o\ 7_o\ 8_1\ 9_1\ 10_1\ 11_1\ 12_o\ 13_o$

Et les pannes multiples $2_1\ 7_o\ 11_1\ 12_o$ $\quad$ $7_o\ 9_1\ 11_1\ 12_o$

$2_1\ 7_o\ 11_1\ 13_o$ $\quad$ $7_o\ 9_1\ 11_1\ 13_o$

$5_o\ 7_o\ 8_1\ 11_1$

$5_o\ 7_o\ 8_1\ 12_o$

$5_o\ 7_o\ 8_1\ 13_o$

V - LISTE REDUITE DES PANNES NECESSAIRES AU TEST D'UN RESEAU

Deux méthodes sont proposées pour donner une liste réduite de pannes. La première permet d'obtenir une expression algébrique dont le développement donne la liste.

La deuxième qui donne directement la liste a été programmée en A.P.L.360

Ces 2 méthodes ne tiennent compte que de la structure du réseau, c'est-à dire que les caractéristiques des opérateurs sont ignorées. On utilise ensuite les résultats de II et III pour affiner ces résultats en considérant des opérateurs particuliers.

Une troisième méthode par substitution progressive permet d'obtenir à la fois les classes d'indiscernabilité et les fonctions "fausses" correspondantes.

V - LISTE REDUITE DES PANNES NECESSAIRES AU TEST D'UN RESEAU

Notation : 1°) Si a, b, ... z sont des connexions alors :

(a.b. ... z) représentent l'ensemble des pannes de support a, b, ..

Ex : $(a.b) = \{ a_o, b_o, a_1, b_1, a_o b_o, a_o b_1, a_1 b_o, a_1 b_1 \}$

En III 2 A.B représentait l'ensemble des pannes qu'on peut obtenir par concaténation des pannes de A et des pannes de B.

2°) On note $\neq (a, b, .., z) = (a. b. ... z) - \{ a_o b_o \ldots z_o, a_1 b_1 \ldots z_1 \}$

Ex : $\neq (a, b) = \{ a_o, a_1, b_o, b_1, a_o b_1, a_1 b_o \}$

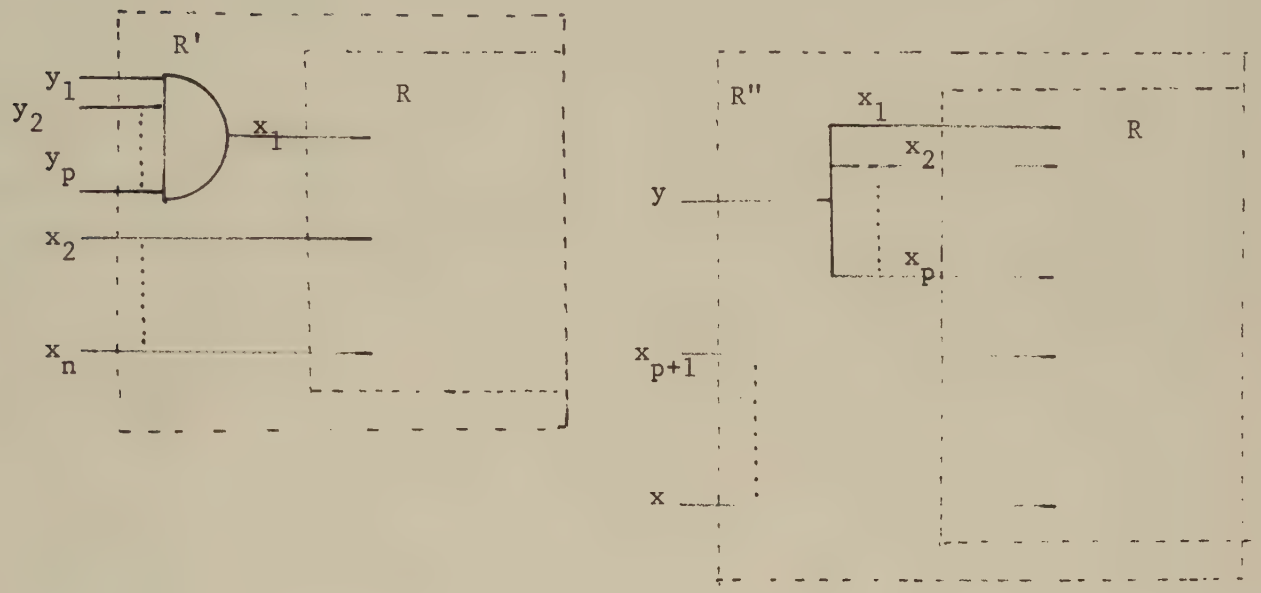
Deux méthodes sont données qui permettent de réduire le nombre de pannes et donc de donner une borne supérieure du nombre de classes d'indiscernabilité pour un réseau de structure donné (quel que soit le type d'opérateur employé).

A - Méthode 1 : Substitution

Soit R un réseau ayant comme entrées x_1, x_2, .. x_n

R' est déduit de R en remplaçant x_1 par la porte d'entrée $y_1 \ldots y_p$

R" " " " $x_1 \ldots x_p$ par l'équipotentielle y



THEOREME 1 : Supposons que $(x_1, x_2 \ldots x_n) \cup X$ contienne les pannes de R alors :

1) l'ensemble des pannes $(y_1, y_2 \ldots y_p\ x_2 \ldots x_n) \cup X$ contient les pannes de R'

2) $\left[(y \cup \neq (x_1, x_2, \ldots, x_p)),\ x_{p+1} \ldots x_n \right] \cup X$ contient les pannes de R

Dem:

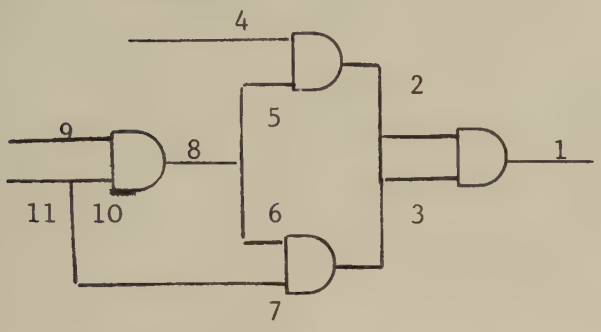
a) du fait qu'un collage de x_1 est équivalent à un collage des entrées $y_1 \ldots y_p$, un collage de $x_1 \ldots x_n$ sera équivalent à un collage de $y_1 \ldots y_p\ x_2 \ldots x_n$

b) du fait que le collage des x_i $i = 1 \ldots p$ a la même valeur est <=> au collage de de y a celle-ci un collage sur $x_1 \ldots x_n$ est équivalent soit à un collage sur y, $x_{p+1} \ldots x_n$, soit le collage de $x_1 \ldots x_p$ n'est pas de même nature.

Corollaire :

En appliquant le théorème précédent pas à pas à partir de la sortie on obtient un ensemble de pannes réduit qui recouvre les classes d'indiscernabilité du réseau. Cet ensemble de pannes est obtenu par une expression algébrique dont le développement donne les pannes

Exemple :



$1 \subset (2.3) \subset (4.5.6.7.)$

$\subset (8 \cup \neq (5.6))(4.7) = (4.7.8) \cup (4.7) \neq (5.6$

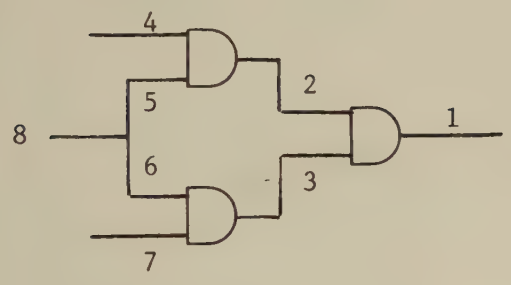
$\subset (4.7.9.10) \cup (4.7 \neq (5.6))$

$(4.9.11) \quad 4.9 \neq (10.7)) \quad (4.7 \neq (5,6))$

dénombrement : 27-1 + 9.6 + 9.6

Les 3^{11}-1 collages ont été réduits à 134.

Exemple :



$1 \subset (2.3) \subset (4.5.6.7)$

$\subset (4.7.8) \cup (4.7 \neq (5.6))$

27-1 + 9.6

Les 3^{8}-1 collages ont été réduits à 80

Notons qu'ici, comme pour la méthode suivante page V2 on ne considère pas les types des opérateurs : ces calculs ne tiennent compte que de la "structure" du réseau.

B - Méthode 2 : Ecoulements

THEOREME 2 : Soit α un collage de connexions, F_α la fonction fausse correspondante dépendant effectivement de x_i $i \in I$. Alors il existe un écoulement entre les x_i et la sortie tel qu'un collage du bord de celui-ci vérifie $\alpha' \wr \alpha$

Dem : Considérons le réseau R_α marquons les connexions qui, quand on fait varier X de 0...0 à 1...1, changent au moins une fois de valeur. Soit A cet ensemble notons E_A l'écoulement maximal contenu dans A.

Les arêtes incidentes a^i à E_A sont des valeurs constantes : δ_i

Soit $\alpha' = (.. \; a^i_{\delta_i} \; ...) \; e^i \in$ bord de E_A

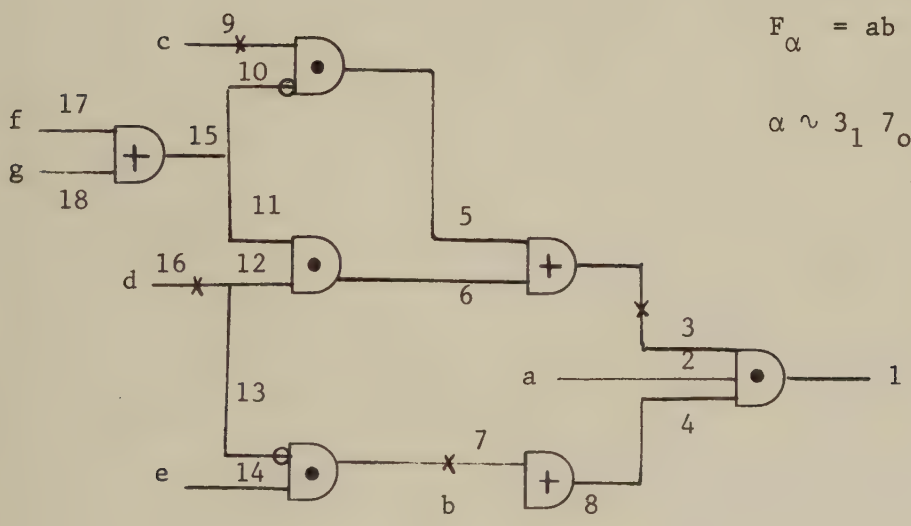
α' est un collage tel que $F_{\alpha'} = F_\alpha$

Exemple :

soit $\alpha = 9_1 \; 16_1$

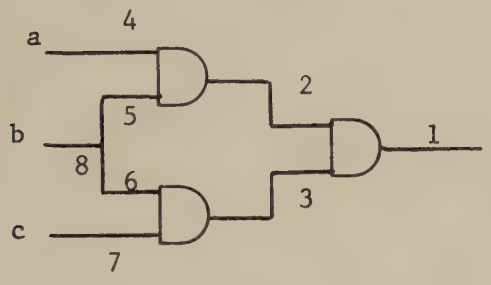
$F_\alpha = ab$

$\alpha \sim 3_1 \; 7_o$



Corollaire : En déterminant pour chaque écoulement l'ensemble des collages de son bord on est sûr d'obtenir toutes les calsses d'indiscernabilité du réseau.

Exemple :

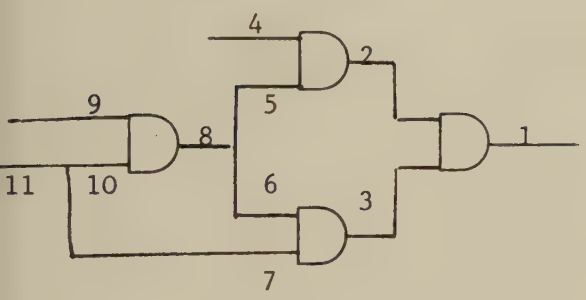


sur les 3^8-1 on a conservé que

46 pannes

ensemble de variables	écoulements	collages
Ø	Ø	1
a	{4,2,1}	(5.3)
b	{8,5,2,1}	(4.3)
	{8,6,3,1}	(7.2)
	{8,6,5,3,2,1}	(4.7)
c	{7,3,1}	(6.2)
a,b	{8,5,4,2,1}	3
	{8,6,4,3,2,1}	(5.7)
	{8,6,5,4,2,1}	7
a	{7,4,3,2,1}	(5.6)
bc	{8,6,7,3,1}	2
	{8,7,5,3,2,1}	(4.6)
	{8,7,6,5,3,2,1}	4
abc	{8,7,6,4,3,2,1}	5
	{8,7,5,4,3,2,1}	Ø

Exemple :



On trouve les pannes

1, 2, 2.6, 2.7, 2.7.9, 2.7.10, 2.9, 2.10

3, 3.4, 3.4.9, 3.4.10, 3.9, 3.10, 3.5,

4, 4.6, 4.6.9, 4.6.10, 4.7, 4.7.9, 4.7.10, 4.9, 4.1

5, 5.6, 5.7, 5.7.9, 5.7.10, 5.9, 5.10,

6, 6.9, 6.10, 7, 7.9, 7.10, 9, 10

On trouve ici 174 pannes

Détermination des classes d'indiscernabilité en utilisant les bords des écoulement

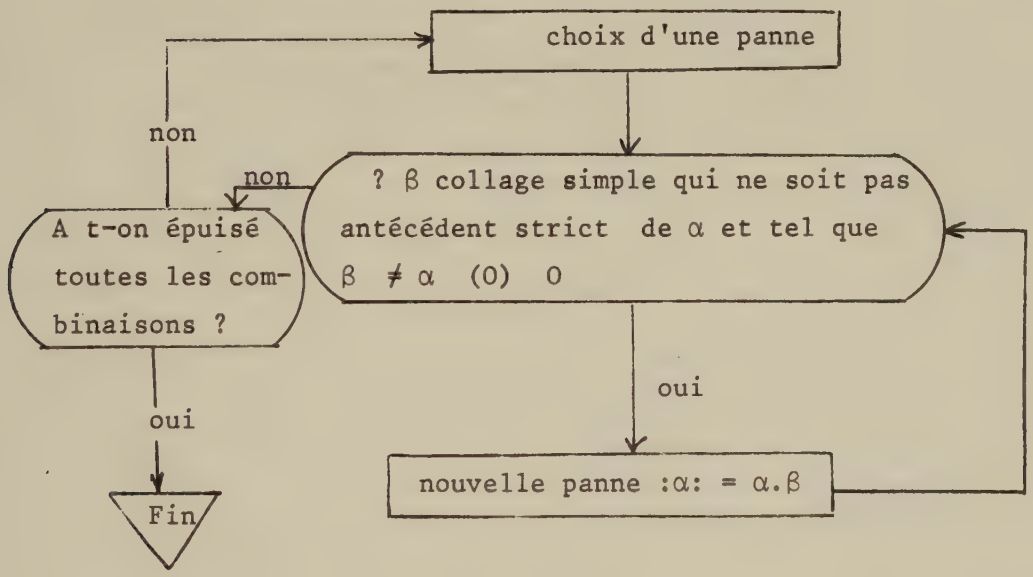
Si A est un ensemble de connexions les connexions masquées par A sont celles dont toute chaine les joignant à la sortie passe par A.

Si α est un collage des entrées d'un opérateur O on note $\overline{\alpha}$ (O) les entrées de O non collées par α .

Remarque 1 : Si α et β sont des collages tels que le support de β soit masqué par le support de α , alors $E_\alpha = E_{\alpha\ \beta}$ (les écoulements maximaux de α et $\alpha\ \beta$ sont les mêmes)

Remarque 2 : Si α est un collage des entrées d'un opérateur O , bord de E_α alors O n'appartient pas au bord de l'écoulement maximum de $\alpha\ \alpha$ (O).

D'où l'algorithme pour obtenir une liste de panne simplifiée.



Cet algorithme a donné le programme LISPANNE en APL 360. Celui-ci contient une centaine d'instructions APL en moyenne assez courtes. Du fait des difficultés d'utiliser APL 360 sous C.P. il n'a pas pu être fait de calcul des performances cependant pour des calculs de quelques dizaines de connexions il donne entièrement satisfaction.

Utilisation de LISPANNE pour le réseau ci joint

MATRICE

Donner le nombre d'arcs du réseau :
:

12

Pour l'arc I donner ses successeurs immediats :

2
:
1

3
:
1

4
:
1

5
:
2

6
:
2

7
:
3

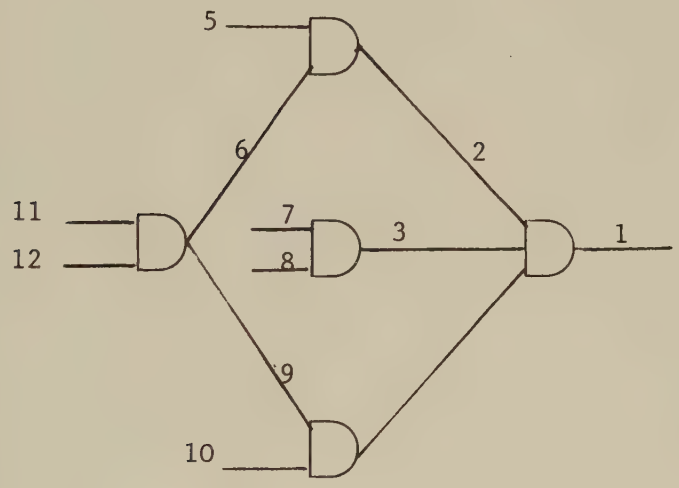
8
:
3

9
:
4

10
:
4

11
:
6 9

12



LISPANNE 2

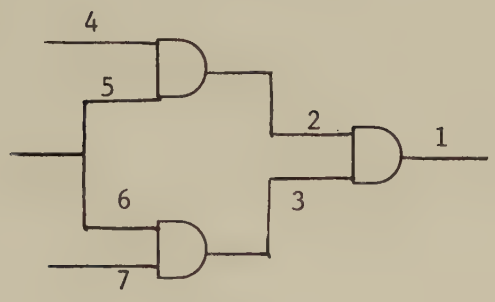
Liste des pannes multiples

2
2 3
2 3 9
2 3 10 11
2 3 10 12
2 3 11
2 3 12
2 4
2 4 7
2 4 8
2 7
2 7 9
2 7 10
2 7 10 11
2 7 11
2 7 12
2 8
2 8 9
2 8 10
2 8 10 11
2 8 10 12
2 8 11
2 8 12
2 9
2 10
2 10 11
2 10 12
2 11
2 12
3
3 4
3 4 5
3 4 5 11
3 4 5 12
3 4 6
3 4 11
3 4 12
3 5
3 5 9
3 5 9 11
3 5 9 12
3 5 10
3 5 10 11
3 5 10 12
3 5 11
3 5 12
3 6
3 6 9
3 6 10
3 6 10 11
3 6 10 12

3 6 11
3 6 12
3 9
3 9 11
3 9 12
3 10
3 10 11
3 10 12
3 11
3 12
4
4 5
4 5 7
4 5 7 11
4 5 7 12
4 5 8
4 5 8 11
4 5 8 12
4 5 11
4 5 12
4 6
4 6 7
4 6 8
4 7
4 7 11
4 7 12
4 8
4 8 11
4 8 12
4 11
4 12
5
5 7
5 7 9
5 7 9 11
5 7 9 12
5 7 10
5 7 10 11
5 7 10 12
5 7 11
5 7 12
5 8
5 8 9
5 8 9 11
5 8 9 13
5 8 10
5 8 10 11
5 8 10 12
5 8 11
5 8 12
5 9
5 9 11
5 9 12
5 10
5 10 11
5 10 12
5 11
5 12
5 11

6
6 7
6 7 9
6 7 10
6 7 10 11
6 7 10 12
6 7 11
6 7 12
6 8 9
6 8 10
6 8 10 11
6 8 10 12
6 8 11
6 8 12
6 9
6 10
6 10 11
6 10 12
6 11
6 12
7
7 9
7 9 11
7 9 12
7 10
7 10 11
7 10 12
7 11
7 12
8
8 9
8 9 11
8 9 12
8 10
8 10 11
8 10 12
8 11
8 12
9
9 11
9 12
10
10 11
10 12
11
12

Exemple :



1	antécédents stricts	1 = {2,3,4,5,6,7}
2		2 = {4,5} $\quad \overline{\alpha}(0) = 3$
2. 6		2. 6 = {4,5}$\overline{\alpha}(0) = 3,7$
2. 7		⋮
3		
3. 4		
3. 5		
4		
4. 6		
4. 7		
5		
5. 6		
5. 7		
6.		
7		

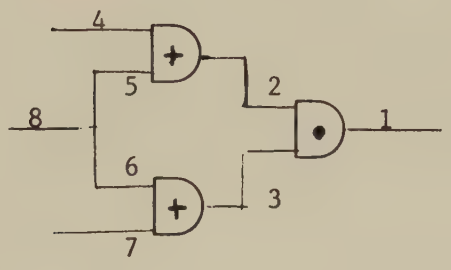
C - Synthèse des résultats locaux et globaux

1) liste des pannes

Méthode 1 : En considérant chaque opérateur comme une sous fonction on peut appliquer le théorème sur les sous fonctions et simplifier ainsi la liste des pannes.

Aussi dans la liste obtenue, compte tenu de la structure du réseau on simplifie chaque terme ou apparaissent plusieurs entrées d'un même opérateur :

Exemple :



On avait obtenu : $(4.7.8) \cup (4.7.\neq(5\ .\ 6))$

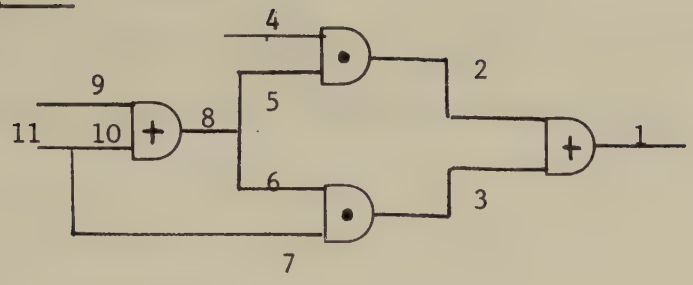
Or on a les propriétés : $4_1 \approx 5_1 \approx 4_1\ 5_0 \approx\ 4_0 5_1 \approx 4_1 5_1$

$$6_1 \approx 7_1 \approx 6_1\ 7_0 \approx 6_0\ 7_1 \approx 6_1\ 7_1$$

$$\begin{aligned}(4.7\ (5 \neq 6)) &= (4_1 \cup 4_{\bar{1}}).\ 7.\ (5_1 \cup 5_1\ 6_0 \cup 5_0 \cup 5_0\ 6_1 \cup 6_0 \cup 6_1) \\ &= 7.\ (4_1 \cup 4_{\bar{1}}\ .\ (5_0 \cup 5_0\ 6_1 \cup 6_0 \cup 6_1)) \\ &= 4_1.7 \cup 4_{\bar{1}}.\ 7.\ (5_0 \cup 5_0\ 6_1 \cup 6_0 \cup 6_1) \\ &= 4_1.7 \cup 4_{\bar{1}}.\ (7_1 + 7_{\bar{1}})\ (\ldots\ldots\ ) \\ &= 4_1.7 \cup 4_{\bar{1}}\ [\ 7_{\bar{1}} \cup 7_{\bar{1}}\ (5_0 \cup 6_0)\ ]\end{aligned}$$

Des 80 collages on en garde 39

Exemple 2 : avec



On avait obtenu les 134 collages : $(4.9.11) \cup 4.9 \not\in (10 \,.\, 7) \quad 4.7 \not\in (5 \,.\, 6)$

On les réduit à 66 :

$$(4.9.11) \cup 4.\left[9_1 \cup \overline{9_1}.\ (10_o \cup 10_o\ 7_1 \cup 7_o \cup 7_1)\right] \cup 4_1\ 7 \cup 4_{\overline{1}}\left[7_1 \cup 7_1\ (5_o \cup 6_o)\right.$$

Méthode 2 : Le collage du bord de l'écoulement doit être tel que la sortie appartient à l'écoulement ce qui interdit les collages à 1 en entrées d'un OU et à 0 aux entrées d'un ET.

L'exemple 1 donne alors : 1_o, 1_1, $5_1\ 3_o$, $4_1.\ 3_o$,... au lieu de 46 pannes on en a 16.

L'exemple 2 donne 37 pannes

Par contre dans l'exemple 2 si, au lieu d'avoir comme opérateur de sortie 3 un ET on avait une disjonction alors les pannes 4.6 au lieu de donner $4_1\ 6_1$ seulement donneraient aussi $4_1\ 6_o$, on aurait alors 56 pannes.

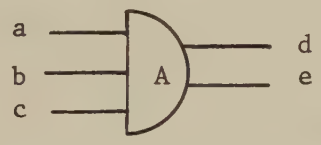
D - Méthode donnant la liste des classes d'indiscernabilité et des fonctions fausse correspondantes, par substitution progressive.

En utilisant les simplifications des équipotentielles un réseau peut être considéré comme un graphe dont les sommets sont les opérateurs et dont les arêtes sont les connexions.

Description du réseau

Pour chaque opérateur on affecte une majuscule dont les indices inférieurs notent les entrées de l'opérateur et les indices supérieurs les sorties.

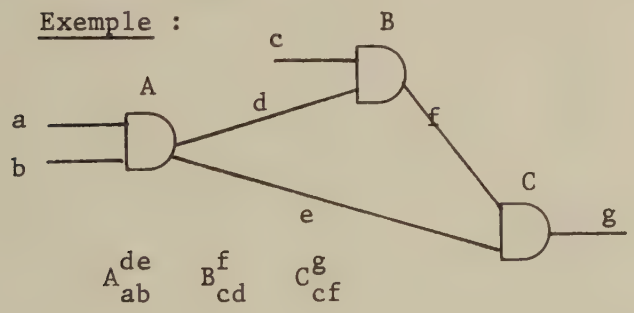
Exemple :



Sera noté par A^{de}_{abc}

Un réseau peut donc être noté par la liste des majuscules indicées : les entrées apparaitront en indice à un seul endroit alors que les connexions internes apparaissent comme indice, deux fois.

Exemple :



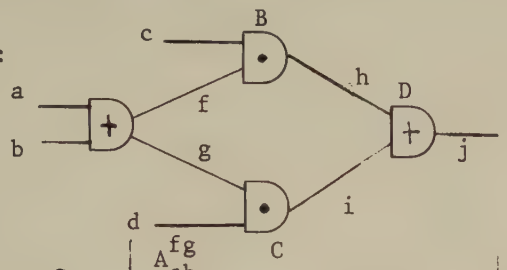
A^{de}_{ab} B^{f}_{cd} C^{g}_{cf}

est représenté par :

THEOREME : Soit un réseau R décomposé fonctionnellement en 2 sous réseaux R_1 et R_2, tel que R_1 soit antécédent de R_2. Supposons que l'on connaisse les classes de pannes de R_1, R_2, ainsi que les fonctions fausses correspondantes. Si l'on considère toutes les pannes qu'on peut former à partir des classes de R_1 et R_2 et que l'on calcule les fonctions fausses par substitution, on obtient les classes de R.

Connaissant les classes d'indiscernabilité ainsi que les fonctions fausses correspondantes pour chaque opérateur on peut construire progressivement, à partir des entrées du réseau, les classes et fonctions fausses de tout le réseau.

Exemple :



A^{fg}_{ab} B^{h}_{cf} C^{i}_{dg} D^{j}_{hi}

f	g	A^{fg}_{ab}
a+b	a+b	∧
b	b	a_o
a	a	b_o

h	B^{h}_{fc}
f	c_1
c	f_1
cf	∧

d'où

g	h	$(AB)^{gh}_{abc}$
(a+b)	(a+b)c	∧
a+b	a+b	c_1
a+b	c	f_1
b	bc	a_o
b	b	$a_o c_1$
b	c	$a_o f_1$
a	ac	b_o
a	a	$b_o c_1$
a	c	$b_o f_1$

i	C^{i}_{gd}
g d	∧
d	g_1
g	d_1

i	h	$(ABC)^{hi}_{abcd}$
(a+b)d	(a+b)c	∧
d	"	g_1
a+b	"	d_1
(a+b)d	a+b	c_1
d	"	$c_1 g_1$
a+b	"	$c_1 d_1$
(a+b)d	c	f_1
d	"	$f_1 g_1$
a+b	"	$f_1 d_1$
bd	bc	a_o
d	"	$a_o g_1$
b	"	$a_o d_1$
bd	b	$a_o c_1$
d	"	$a_o c_1 g_1$
b	"	$a_o c_1 d_1$
bd	c	$a_o f_1$
d	"	$a_o f_1 g_1$
b	"	$a_o f_1 d_1$
ad	ac	b_o
d	"	$b_o g_1$
a	"	$b_o d_1$
ad	a	$b_o c_1$
d	"	$b_o c_1 g_1$
a	"	$b_o c_1 d_1$

ad	c	$b_o f_1$
d	"	$b_o f g_1$
a	"	$b_o f_1 d_1$

:

h+i	D^{j}_{hi}
i	h_o
h	i_o

Et enfin $(ABCD)^{j}_{abcd}$

(a+b)d (a+b)c	^
(a+b)d	h_o
(a+b)c	i_o
d + (a+b)c	g_1
d	g_1h_o
(a+b)c	g_1i_o
a+b	d_1
a+b	d_1h_o
(a+b)c	d_1i_o
a+b	c_1
(a+b)d	c_1h_o
a+b	c_1i_o
⋮	⋮

même classe d'indiscernabilité

Notons qu'on peut simplifier la substitution en remarquant que le collage h_o est tel que j ne va pas dépendre de i. Les différentes classes d'indiscernabilité contenant comme élément de panne h_o sont donc les classes correspondant aux différentes fonctions fausses i.

D'où $ABCD)^{j}_{j}$

(a+b)d	h_o
d	" g_1
a+b	" d_1
d	" c_1g_1
b	" a_od_1
bd	" a_oc_1
ad	" b_o
a	" b_od_1
(a+b)c	i_o
a+b	" c_1
c	" f_1
bc	" a_o
b	" a_oc_1
c	" a_of_1
ac	" b_o
a	" b_oc_1

(a+b)(d+c)	^
d+ (a+b)c	g_1
a+b	d_1
a+b+d	c_1g_1
(a+b)d+c	f_1
c+d	f_1g_1
a+b+c	f_1d_1
bc+bd	a_o
bc+d	a_og_1
b	a_od_1
b+d	$a_oc_1g_1$
bd+c	a_of_1
d+c	$a_of_1g_1$
b+c	$a_of_1d_1$
ad+ac	b_o
ac+d	b_og_1
a	b_od_1
a+d	$b_oc_1g_1$
ad+c	b_of_1
a+c	$b_of_1d_1$

on obtient ici les 35 classes d'indiscernabilité avec les fonctions fausses correspondantes

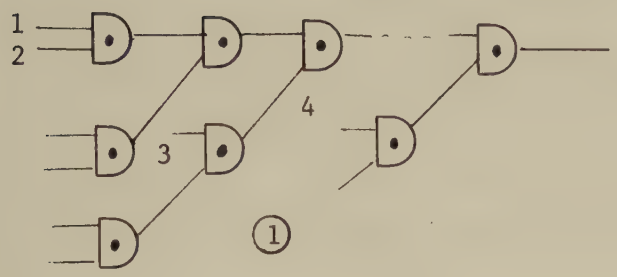
VI - SIMPLIFICATIONS DU RESEAU COMPATIBLE AVEC LE TEST

Nous présentons ici des transformations d'un réseau initial qui gardent au réseau les mêmes propriétés du point de vue du test mais qui le simplifie.

Ainsi les contraintes technologiques (nombre d'entrées, sorties d'un opérateur) sont levées et on peut étudier le test d'un réseau en étudiant le test d'un modèle simplifié.

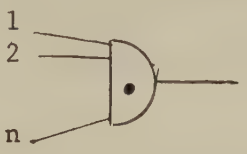
VI - SIMPLIFICATIONS DU RESEAU COMPATIBLE AVEC LE TEST

-a- Réduction d'arborescence de ET ou bien OU



①

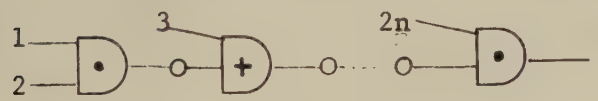
toute arborescence de ET donne la même fonction que le ET à n entrées :



②

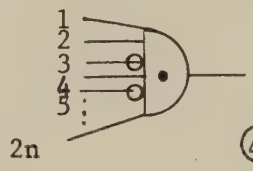
D'autre part, du point de vue des collages multiples, pour les collages de ① il suffit de traiter les collages multiples des entrées, c.a.d. que tout collage de ① à son équivalent dans ②

-b- Réduction d'une suite de ET, OU séparés par des inverseurs



③

cet arbre donne la même fonction que et ET à 2n entrées



④

La remarque précédente sur les pannes est aussi valable ici.

N.B. Bien que ces réseaux soient très particuliers (fonctions monotones) on les trouve assez souvent comme sous réseaux de réseaux plus importants et du fait de la propriété page on peut aussi réduire des réseaux à sous réseaux du type ci-dessus.

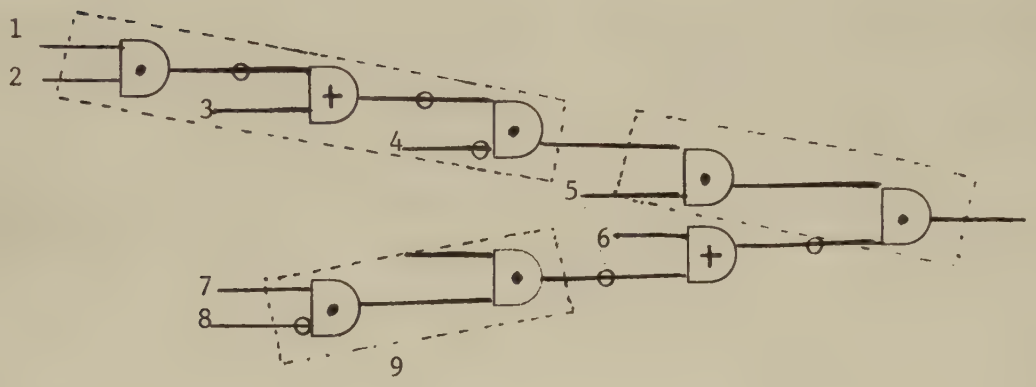
-c- soit une arborescence d'opérateurs élémentaires tels que :

i) si 2 opérateurs sont séparés par inverseurs, ils sont de type différent.

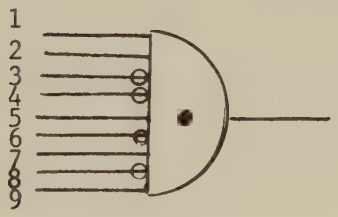
ii) S'ils ne sont pas séparés par un inverseur, ils sont de même type.

On peut alors appliquer les réductions a et b et on obtient un opérateur élémentaire équivalent à l'arborescence.

Exemple :



se réduit en :

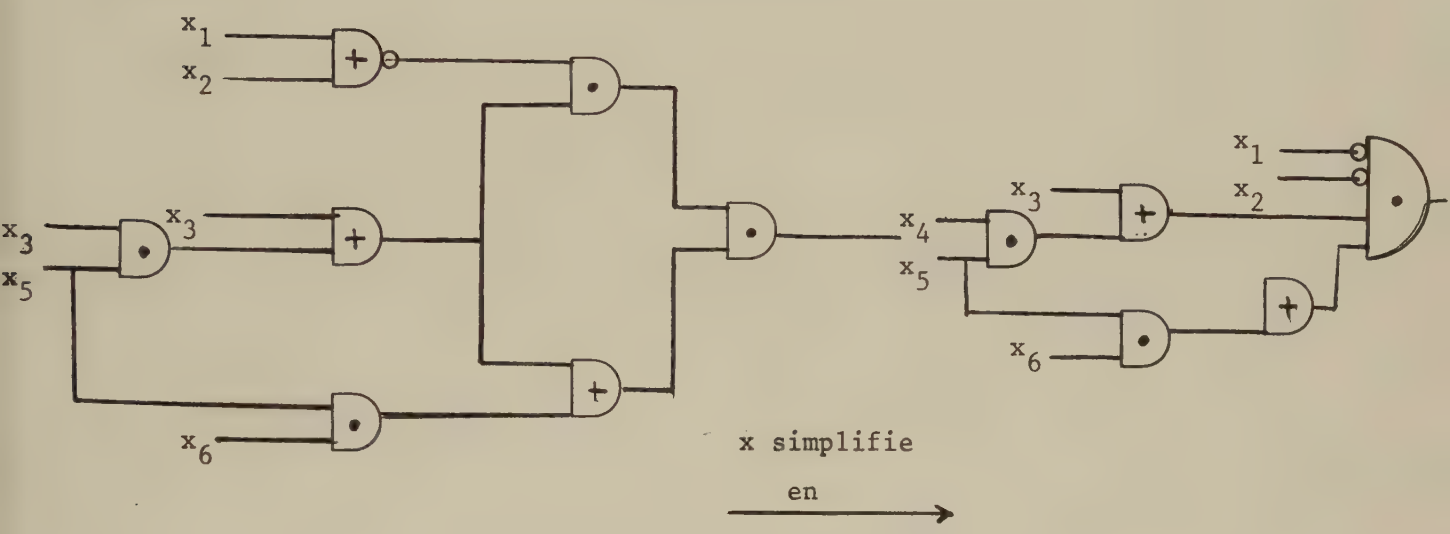


Remarque : On peut déterminer si, sur la porte équivalente, l'entrée est inversés ou non suivant la parité du nombre d'inverseurs entre l'entrée et la sortie dans l'arbre initial.

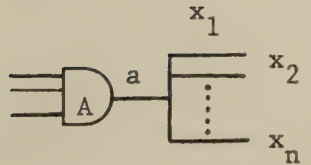
Propriété : La réduction c opérée sur des sous arbres d'un réseau ne modifie pas les tests de celui-ci.

C'est une conséquence directe du théorème sur les sous fonctions du fait que les arbres et leurs transformations ont mêmes classes de pannes.

Exemple :



Simplification des équipotientielles à plusieurs branches



soit le collage $a_i\ x_{i_1}^1\ x_{i_2}^2 \ldots x_{i_n}^n$ $\quad i \in \{0,1,n\}$

notons $X_n^1 = \{x_{i_j}^j \mid i_j = \ \}$ $\quad x_n^j$ signifiant que x^j n'est pas collé.

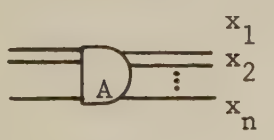
$X_o^2 = \{x_{i_j}^j \mid i_j = 0\}$

$X_1^3 = \{x_{i_j}^j \mid i_j = 1\}$

On a $a_o\ X_n^1\ X_o^2\ X_1^3 \approx a_n\ X_o^1\ X_o^2\ X_1^3$ c.a.d. les classes de pannes sont les mêmes si on ne considère que

$a_1\ X_n^1\ X_o^2\ X_1^3 \approx a_n\ X_1^1\ X_o^2\ X_1^3$

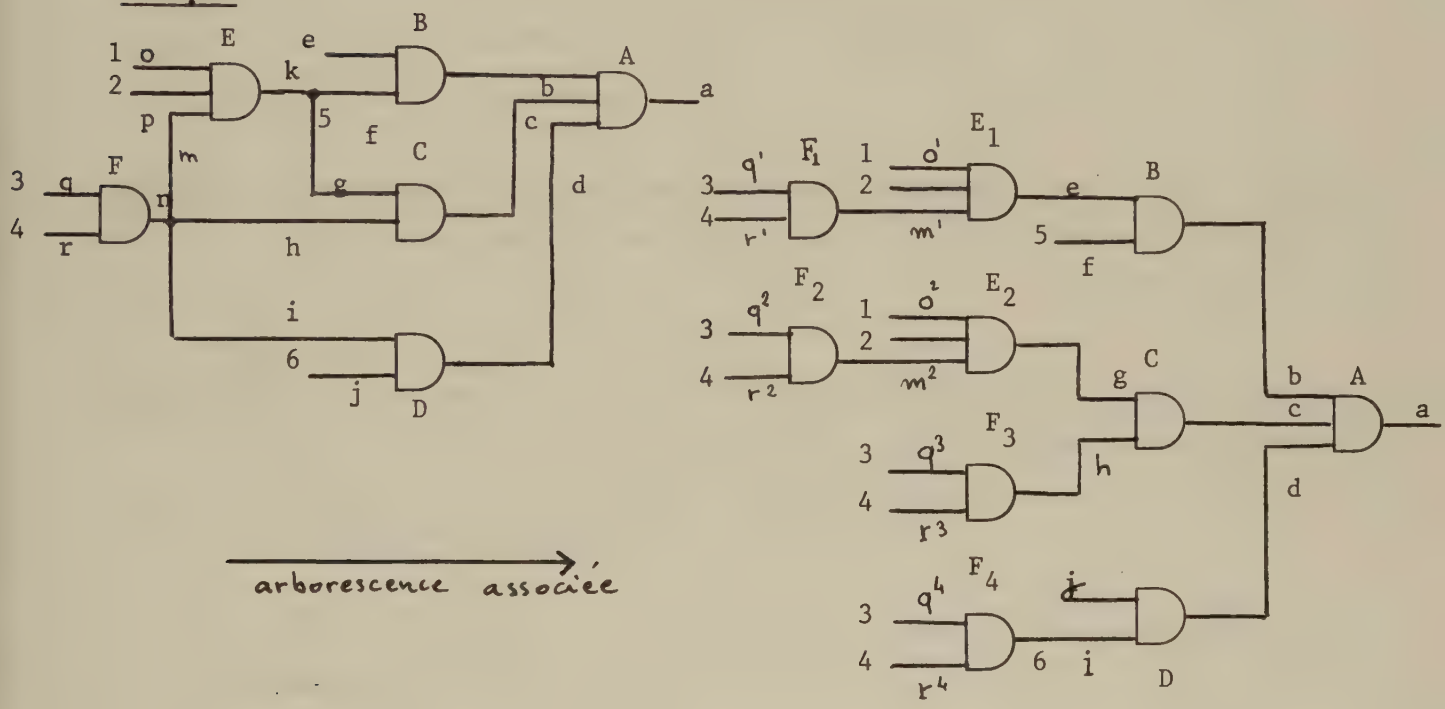
les pannes sur les x_i : on peut donc simplifier l'équipotentielle :



Réseau en arbre équivalent

Définition : On appelle arborescence associée à un réseau l'arborescence obtenue en divisant les équipotentielles de fan-on multiples en autant d'équipotentielles simples et en mettant pour chacune comme antécédant une de l'équipotentielle initiale.

Exemple :



Remarque : L'arborescence associée est telle qu'une même variable peut être sur plusieurs entrées différentes.

Propriété 1 : La fonction réalisée par l'arborescence associée est la même que celle du réseau initial.

Propriété 2 : A tout collage du réseau initial correspond un collage de l'arborescence associée qui donne la même fonction fausse.

La réciproque de la propriété 2 est fausse à savoir : certains collages de l'arborescence associée ne correspondent à aucun collage du réseau initial.

Exemple :

Réseau initial		Arborescence associée
b. k. n	⟶	b. (e. g). (m. . h.i.)
∅	⟵	m_o^1 m_1^2

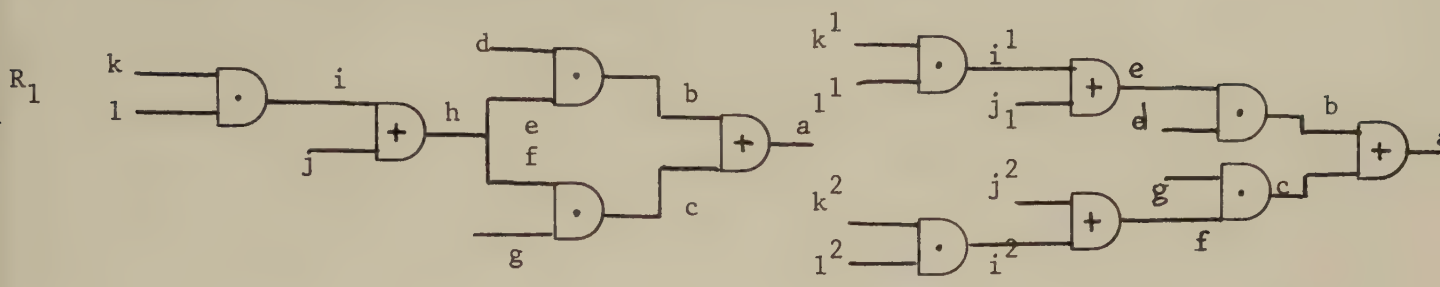
Remarque : A un collage simple peut très bien correspondre un collage multiple de l'arborescence associée. Il suffit en effet qu'une des connexions en panne soit telle qu'il existe plusieurs chemins la joignant à la sortie.

Propriété 3 : Si certains collages de l'arborescence associée possèdent des relations "moins testables" " cache" alors les mêmes propriétés sont vraies pour les collages correspondants du circuit initial (si ces derniers existent).

En particulier, l'arborescence associée peut être simplifiée par la méthode exposée page .

Exemples d'utilisation de l'arborescence associée

a) pour obtenir des relations entre collages



le réseau R_1 admet comme arborescence associée R^2

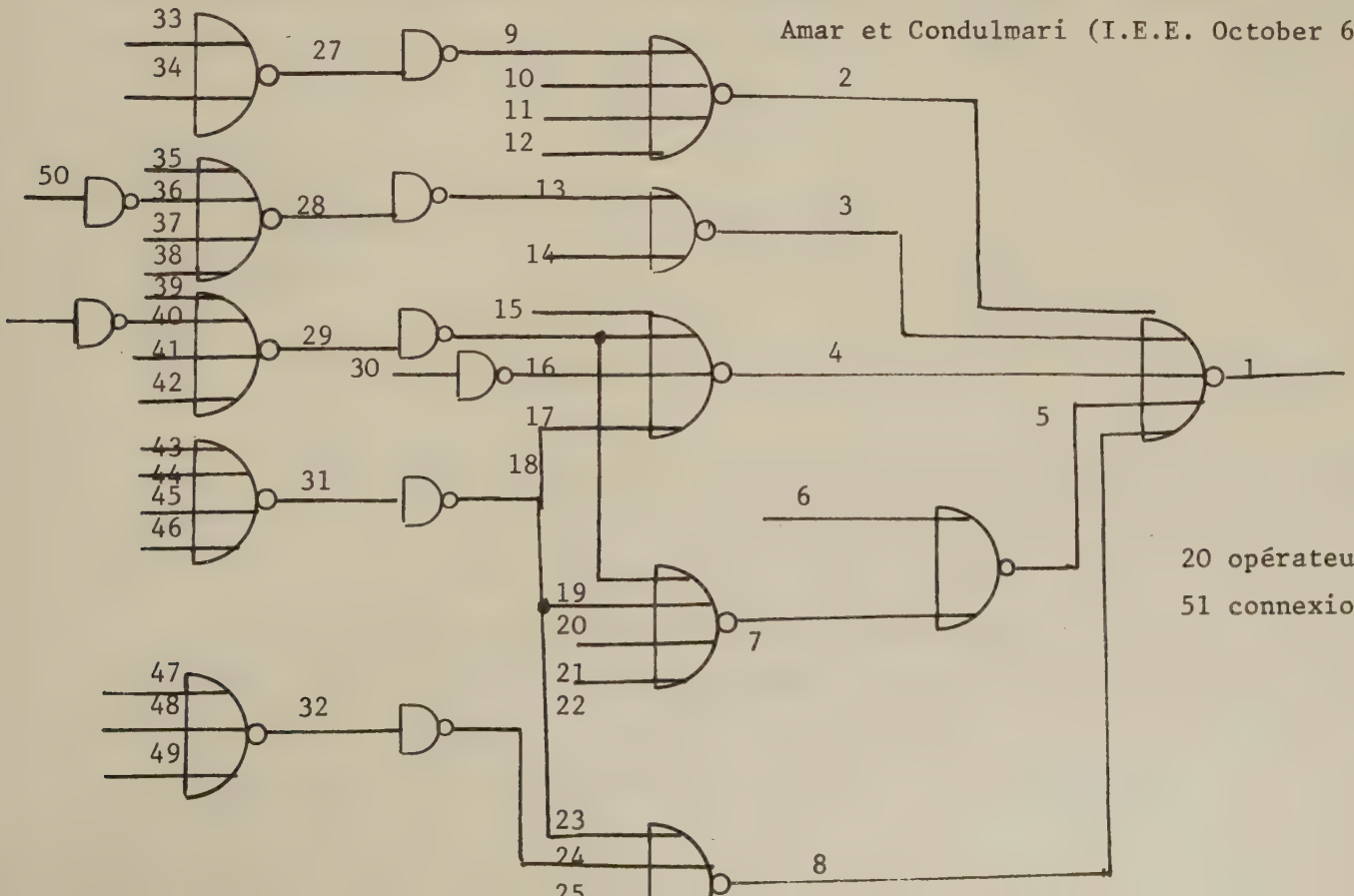
Soit la panne de R_1 : k_1 e_1 le collage correspondant de R_2 est :

k_1^1 k_1^2 e_1

Or k_1^1 k_1^2 $e_1 \approx k_1^2$ e_1 et de plus $e_1 \lhd k_1^2$ e_1 dans R_2

Donc $e_1 \lhd k_1$ e_1 dans R_1

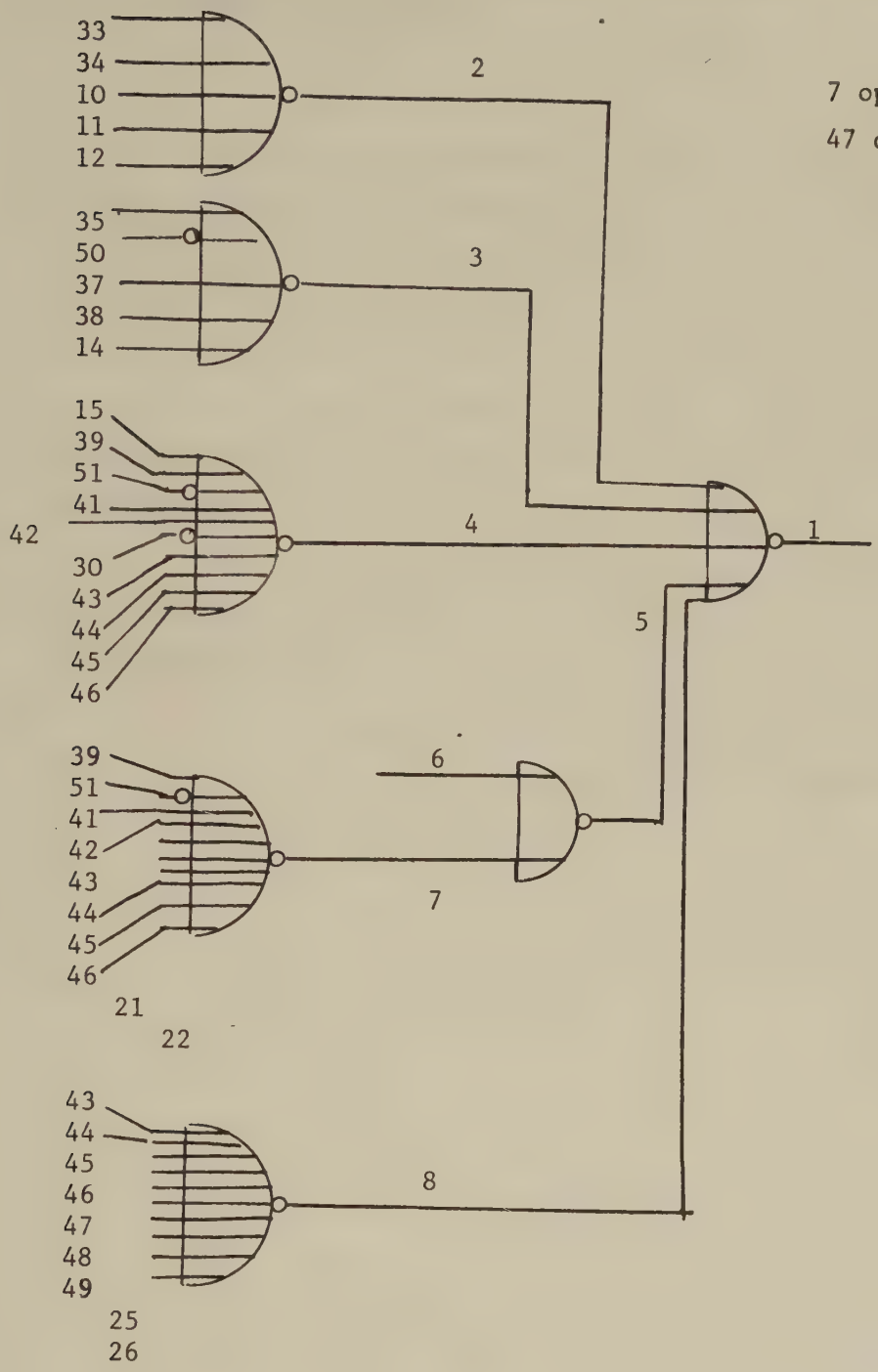
b) Considérons la partie de l'unité centrale du GE 115 donné en exemple par Amar et Condulmari (I.E.E. October 67)



20 opérateurs

51 connexions

En simplifiant l'arborescence associée on obtient :



7 opérateurs

47 connexions

Ici l'arborescence associée n'a que 47 connexions et d'autre part une arborescence de ce type est telle qu'il suffit de détecter les collages simples pour détecter tous les collages multiples (cf chapitre sur les arborescences).

On est donc sûr, en traitant tous les collages simples de l'arborescence simplifiée, d'avoir traité tous les collages multiples du réseau initial, d'autre part $33_o \triangleleft 1_o$ $2_o \triangleleft 1_1$ $39_o \triangleleft 5_o$ pour tester les $3^{51} - 1$ collages multiples il suffit de tester 45 pannes simples, des entrées et des connexions 2,3,4,6,7,8.

VII - RESEAUX PARTICULIERS

Les études précédentes ont des applications particulièrement intéressantes pour les circuits arborescents ou pseudo arborescents (c.a.d. le fan-out multiple n'existe pas ou est localisé seulement aux entrées). Des résultats concernant le test de tels circuits sont indiqués. En particulier un algorithme donnant les vecteurs de test d'une panne simple a été programmé.

En vue de faciliter le test des réseaux quelconques il est aussi proposé de "découper" un réseau en arborescences par l'adjonction de sorties supplémentaires.

D'un autre coté des méthodes de test propres aux circuits à rèlai sont dégagées, ceci par suite du caractère inadéquat, pour ces circuits, des méthodes élaborées pour les circuits électroniques (D. Algorithmes...)

On se placera ici seulement dans le cas de panne simple (d'un relai, sur 2 relais, d'une bobine) qui cependant représentent 95 % des pannes rencontrées en pratique, selon les rapports de l'E.D.F.

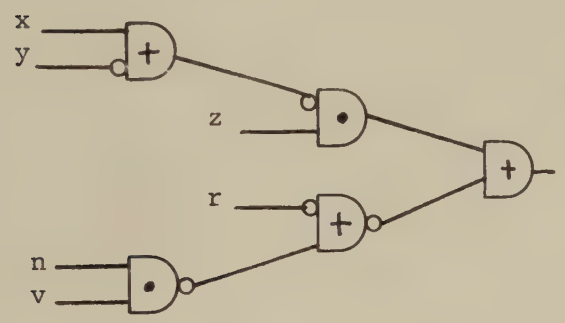
A -Arborescence

On se place ici dans le cas où les opérateurs sont des opérateurs élémentaires.

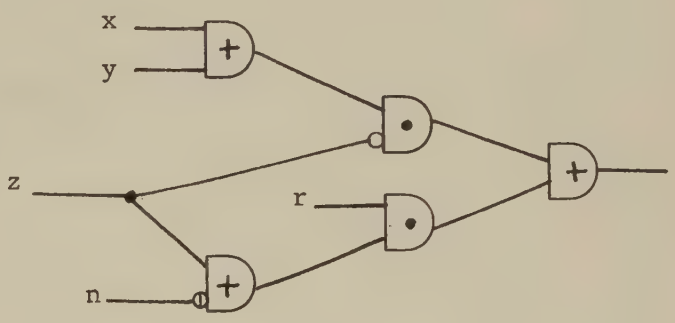
On appelle arborescence un réseau sans fan-out multiple, c.a.d. dont chaque équipotentielle est une branche.

Une pseudo arborescence est un réseau dont les seuls fan-out multiples concernent les entrées primaires.

Exemple :



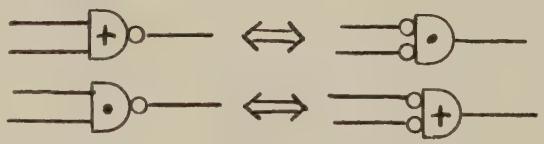
① arborescence



② pseudo arborescenc

Simplification d'une (pseudo) arborescence

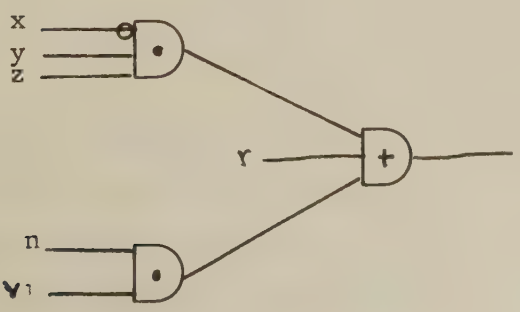
du fait des équivalences :



en faisant remonter les inversions aux entrées on voit que l'on peut associer à chaque (pseudo) arborescence une (pseudo) arborescence telle que :

- tout chemin soit une suite alternée de + et .
- les entrées des opérateurs primaires peuvent être complémentés

L'exemple 1 devient :

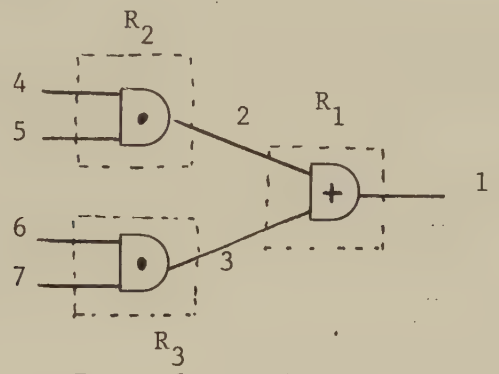


Décomposition fonctionnelle d'une arborescence

THEOREME : Dans la décomposition fonctionnelle d'une arborescence R en n arborescences, $R_1, \ldots R_n$ on peut connaître exactement les classes d'indiscernabilité de R en connaissant celles de $R_1 .. R_n$.

DEM : par récurrence en utilisant le théorème général

Exemple :



R_1 :			R_2 :			R_3 :		
	1_o	0		6_1	7		4_1	5
	1_1	1		7_1	6		5_1	4
	2_o	3		^	6.7		^	4.5
	3_o	2						
	^	2+3						

$(R_1\ R_3)$:		
	1_o	0
	1_1	1
	2_o	6.7
	$2_o 6_1$	7
	$2_o 7_1$	6
	3_o	2
	6_1	2+7
	7_1	2+6
	^	2+6.7

$(R_1\ R_2\ R_3)$:		
	1_o	0
	1_1	1
	2_o	6.7
	$2_o 6_1$	7
	$2_o 7_1$	6
	3_o	4.5
	$3_o 4_1$	5
	$3_o 5_1$	4
	4_1	5+6.7
	$4_1 6.$	5+7
	$4_1 7_1$	5+6
	5_1	4+6.7
	$5_1 6_1$	4+7
	$5_1 7_1$	4+6
	6_1	4.5+7
	7_1	4.5+6
	^	4.5+6.7

N.B. Pour les pseudo arborescences on n'est pas sûr d'obtenir des fonctions fausses toutes différentes alors qu'avec ce processus on obtient, dans le cas d'arborescence, exactement les classes d'indiscernabilité.

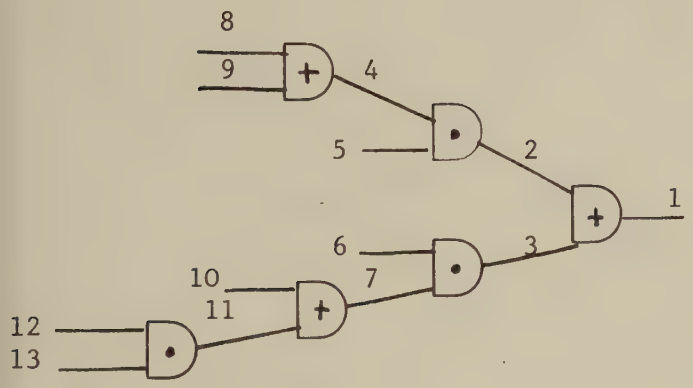
Collage simple dans une (pseudo) arborescence simplifiée

THEOREME : Pour détecter les pannes simples il suffit de détecter les pannes simples sur les entrées primaires ainsi que sur les sorties des opérateurs primaires (c.a.d. dont toutes les entrées sont primaires).

DEM : Cf le corollaire 1 du théorème 2 sur les écoulements : toutes les autres connexions sont isthmes des écoulements des arêtes ci-dessus.

Corollaire : Si une (pseudo) arborescence simplifiée a n entrées primaires et p opérateurs primaires alors il suffit de tester n+p collages pour tester tous les collages simples.

Exemple :



On a les classes de panne simple

1_0, 1_1, 2_0, 3_0, 4_1, 5_1, 6_1, 7_1, 8_0, 9_0,

10_0, 11_0, 12_1, 13

et les relations "cache"

$$\left.\begin{matrix}8_0\\9_0\end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix}\triangleleft\ 2_0\\10_0\\11_0\end{matrix}\right\} \triangleleft\ 1_0 \qquad \left.\begin{matrix}12_1\\13_1\end{matrix}\right\} \triangleleft\ 7_1 \qquad \left.\begin{matrix}4_1\\5_1\\7_1\\6_1\end{matrix}\right\} \triangleleft\ 1_1$$

Tests d'une panne simple détectant toutes les pannes multiples la contenant :

(c.a.d. $x \in T_\alpha \Rightarrow \forall_\beta \; X \in T_{\alpha.\beta}$)

On ne se place pas dans le cas d'une arborescence

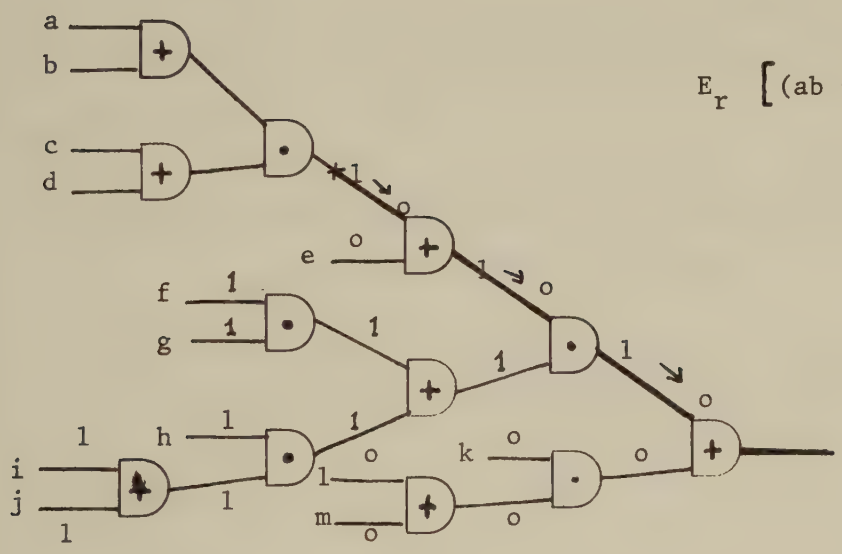
On se donne comme valeur d'entrées :

a) 0 si celle-ci converge vers un + de l'écoulement de la panne simple.

b) 1 si celle-ci converge vers un . de l'écoulement de la panne simple.

c) les contraintes habituelles par les antécédents de la panne.

Exemple :



Le vecteur de test détectant α ainsi que toutes les pannes comprenant α est :

$E_r \left[(ab + cd)\, \bar{e}\; f\; g\; h\; i\; j\; \bar{k}\; \bar{l}\; \bar{m} \right]$

On peut donc en déduire :

Dans les arborescences il suffit d'un plus n + p tests pour détecter tous les collages multiples n étant le nombre d'entrées primaires et p le nombre d'opérateurs primaires.

La propriété ci-dessus n'est plus vraie pour les pseudo arborescences du fait des contraintes supplémentaires sur les entrées.

Liste des pannes

a) Méthode 2 : la liste des pannes obtenue pour une arborescence est exactement la liste des classes d'indiscernabilité.
En effet, à 2 pannes correspondent 2 écoulements différents et à 2 écoulements correspondent 2 ensembles de variables différents donc forcément 2 fonctions différentes.

N.B. Cette propriété n'est pas vraie pour les pseudo arborescences.

b) Méthode 1 : on en déduit que l'ensemble des pannes sur les entrées primaires contient l'ensemble des pannes.

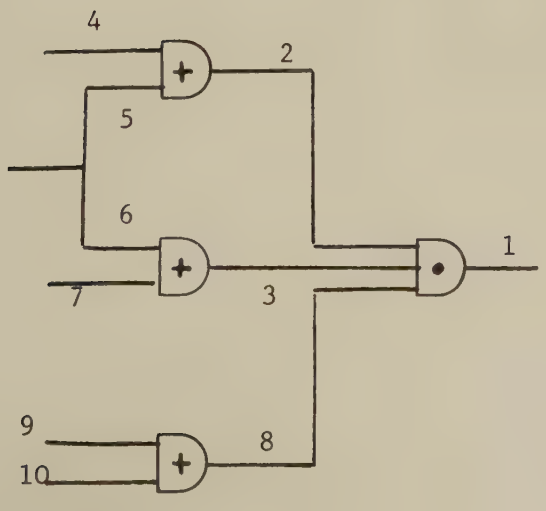
Théorème d'implication

Ces théorèmes sonttrès faciles à appliquer du fait que dans les (pseudo) arborescences toute panne multiple est composée d'au moins 2 pannes "convergent séparément".

Propriété : Dans toute pseudo arborescence de 2 couches, les pannes simples recouvrent les pannes multiples.

DEM : chaque collage multiple peut être considéré comme un ensemble de collages simples convergent séparément et donc qui ne sont pas alternés.

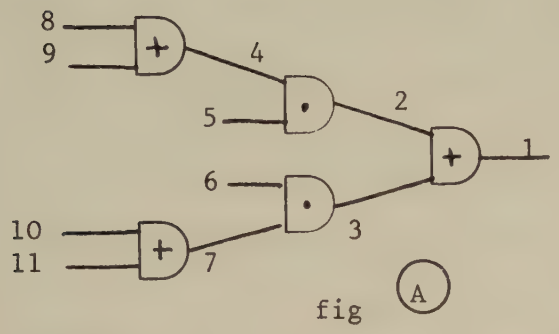
Exemple :



$8_1\ 4_o\ 6_o$ vérifie :

$\left.\begin{matrix} 4_o \\ 6_o \end{matrix}\right\} \lhd\ 4_o\ 6_o\ 8_1$

La plus petite arborescence telle que les collages simples ne recouvrent pas les collages multiples est :



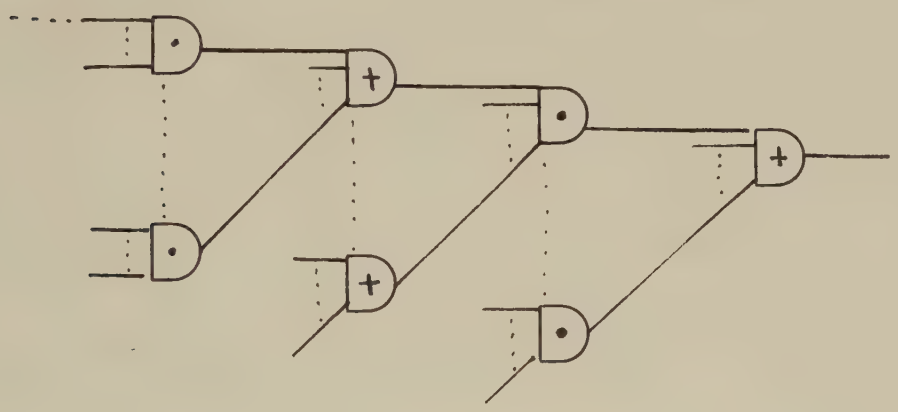
fig

en effet $\alpha = 8_o.5_1$ $\beta = 10_o 7_1$ convergent séparément vers 1 mais

α ⊄ β

β ⊄ α car tous deux sont alternés

La forme des arborescences simplifiée au maximum, telle que toute panne simple couvre toute panne multiple, est la suivante :



En effet, c'est l'arborescence maximum telle qu'aucune sous arborescence soit celle de la figure A.

Cette arborescence élabore la fonction :

$$\sum_{j=1}^{n_1} \prod_{i=1}^{n_1^i} x_1^{ij} + \left(\prod_{j=1}^{n_2} \sum_{i=1}^{n_2^i} x_2^{ij} \cdot \left(\sum_{j=1}^{n^3} \prod_{i=1}^{n_3^i} x_3^{ij} \ldots \right) \right)$$

Vecteurs de tests d'une panne simple dans une (pseudo) arborescence :

Soit le collage α_i

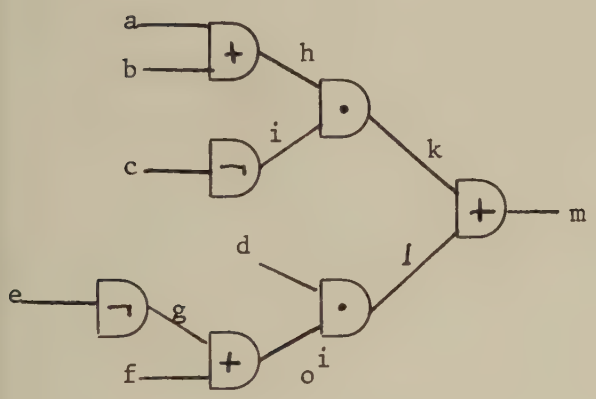
i) la manifestation de la panne impose $\alpha = \overline{i}$

ii) la propagation de la panne vers la sortie impose :

- arêtes incidentes à un opérateur de l'écoulement = 0 ou 1 suivant que c'est respectivement un + ou .

iii) à partir de ces contraintes on remonte aux conditions sur les entrées.

Exemple :



Soit la panne h_1

$X \in T_{h_1} \Rightarrow \overline{h}(x) \cdot i(x) \cdot \overline{e}(x) = 1$

$\overline{h} \rightarrow \overline{a}\,\overline{b}$

$i \rightarrow \overline{c}$

$\overline{l} \rightarrow \overline{d} + \overline{j}$

$\overline{j} \rightarrow \overline{g}\,\overline{f}$

$\overline{g} \rightarrow e.$

d'où $T_{h_1} = E_r\left[\overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c}\,(\overline{d} + e\,\overline{f})\right]$

La phase iii) peut être remplacée par :

iii)' on utilise les expressions des variables internes dans l'expression parenthésée.

Exemple : l'expression parenthésée du réseau ci dessus est :

$$(((a+b)_h \cdot (\neg c)_i)_k + (d.(f+(\neg e)_g)_j)_l)_m$$

soit la panne j_1 : $\overline{j}\,d\,\overline{k}$

d'où $T_{j_1} = E_r\left[\overline{(f+(\neg e)).d}\,.\,\overline{((a+b).(\neg c))}\right] = E_r\left[\overline{a}\,\overline{b}\,d\,e\,f + c\,d\,e\,\overline{f}\right]$

L'algorithme précédent, donnant les vecteurs de tests d'une panne simple dans une pseudo arborescence a été programmé en APL 360.

Le programme est formé de 105 lignes APL. Il donne une expression parenthésée correspondant aux différents vecteurs de tests, sans la développer.

Vecteurs de tests d'un collage multiple

On va chercher ici des vecteurs de tests d'un collage simple qui soient aussi vecteurs de test du collage multiple, c'est à dire que les autres collages ne masquent pas la panne.

Propriété : un collage $\alpha_o^1 \quad \alpha_o^2 \,..\, \alpha_o^n$ est tel que

$$\alpha_o^i \lhd \alpha_o^1 \, \alpha_o^2 \ldots \alpha_o^n \qquad i = 1 \ldots n$$

en effet, du fait qu'il n'y a pas d'inversions les pannes α_o^j $j = i$ ne peuvent pas masquer la panne α_o^i

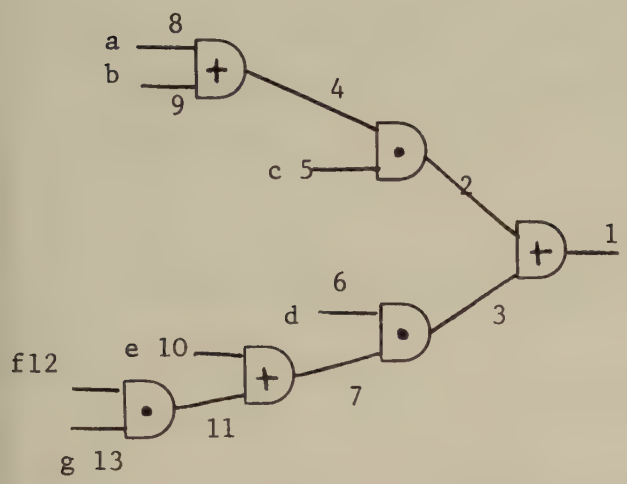
Corollaire : soit un vecteur de test X qui détecte $\alpha_o^i \quad \beta_1^1 \quad \beta_1^1 \quad \beta_1^p = \alpha$ et $X \in T_\alpha^{10}$

alors X détecte $\alpha_o^1 \ldots. \quad \alpha_o^i \ldots. \alpha_o^n \quad \beta_1^1 \ldots \beta_1^p$

La méthode pour trouver des vecteurs de tests qui détectent $\alpha_o^1 .. \alpha_o^n \quad \beta_1^1 .. \beta_1^p$ consiste à chercher parmi les vecteurs qui détectent α_o^i ceux qui détectent aussi $\alpha_o^i \quad \beta_1^1 \ldots \beta_1^p$ ainsi que les vecteurs détectant β_1^j et $\alpha_o^i .. \alpha_o^n \quad \beta_1^j$.

On calcule comme dans le cas d'une panne simple α_o^i en vérifiant à chaque fois que l'on n'a pas une connexion β^j à 0 dans le premier cas et en cherchant les de β_1^j on vérifie que l'on n'a pas de α^i à 1, dans l'autre cas.

Exemple : soit la panne $8_o\ 5_1\ 10_o\ 12_1$



* le test de 8_o implique

$8.\ \overline{9}.\ 5.\ \overline{3}.$ pas de contradiction avec 5_1

$\overline{3}$ implique $\overline{6} + \overline{7}$

$\overline{7}$ implique $\overline{10}.\ \overline{11}$

$\overline{11}$ implique $\overline{12} + \overline{13}$

Il faut donc supprimer le cas $\overline{12}$ qui est contradictoire avec 12_1

d'où les tests $\underline{8.\ \overline{9}.\ 5.\ (\overline{6} + \overline{10}.\ 13)}$ qui sont à la fois test de 8_o et $8_o\ 5_1\ 10_o\ 12_1$ en fait de toute panne $8_o\ (5_1, 10_o, 12_1)$

* le test de 10_o implique

$10.\ \overline{11}.\ 6.\ \overline{2}$

$\overline{11}$ implique $\overline{12} + \overline{13}$

$\overline{2}$ implique $\overline{4} + \overline{5}$

$\overline{4}$ implique $\overline{8}\ \overline{9}$

d'où les tests $\underline{10.\ \overline{13}.\ 6.\ \overline{8}.\ \overline{9}}$ qui sont à la fois test de 10_o et $8_o\ 5_1\ 10_o\ 12_1$

Adjonction de points de test :

Vu la facilité de tester certains réseaux (arborescence, pseudo arborescence) il semble intéressant de partitionner un réseau donné en réseaux facilement testables que l'on teste l'un après l'autre en utilisant des sorties supplémentaires.

Partition d'un réseau en arborescence

Soit un réseau R, on recherche une connexion telle que l'ensemble de ses antécédents forme un arbre A^1 et dont le nombre soit maximum. Notons $R^1 = R-A^1$.

On insère une sortie supplémentaire pour tester A^1 et on répète le processus sur R^1.

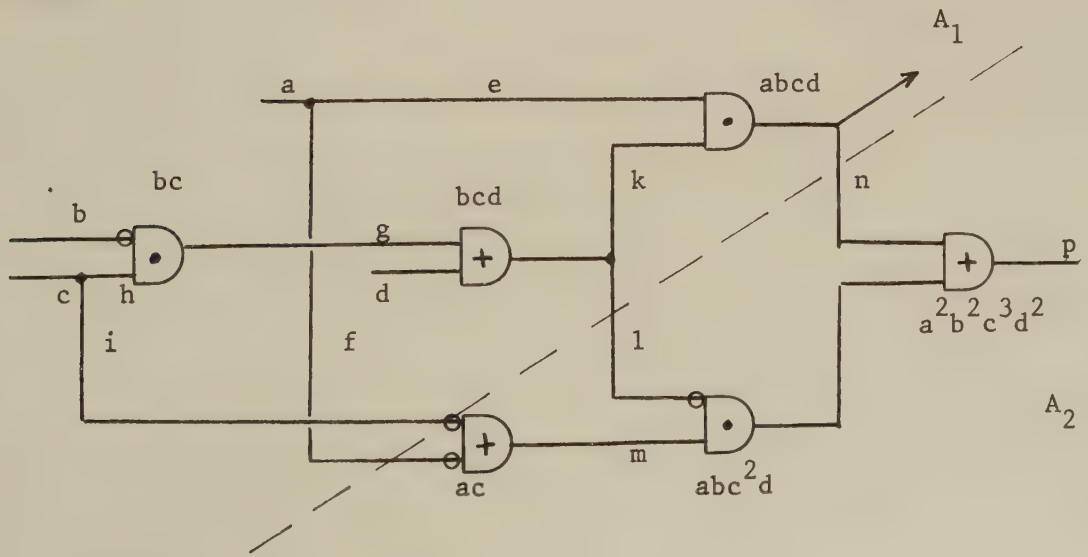
Un algorithme simple pour obtenir A^i est le suivant :

On marque les entrées de R^{i-1}. Puis en considérant entrées et opérateurs comme des noeuds on marque les noeuds avec la concaténation des noeuds précédents.

Propriété :

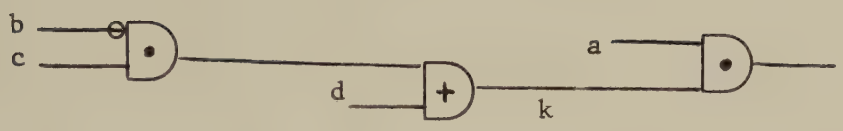
Les antécédents d'un noeud forment un arbre si et seulement si sa marque ne comporte pas 2 fois une entrée.

Exemple :

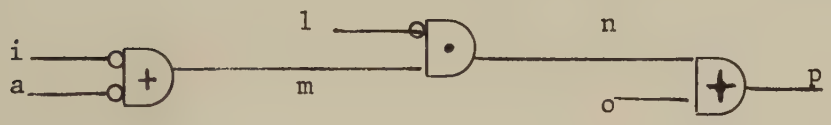


La sortie de l'opérateur correspond à un arbre maximal. Le successeur a une marque ne vérifiant pas la propriété ci-dessus.

Pour A_1 on obtient :



Pour A_2 :



Recherche des vecteurs de tests

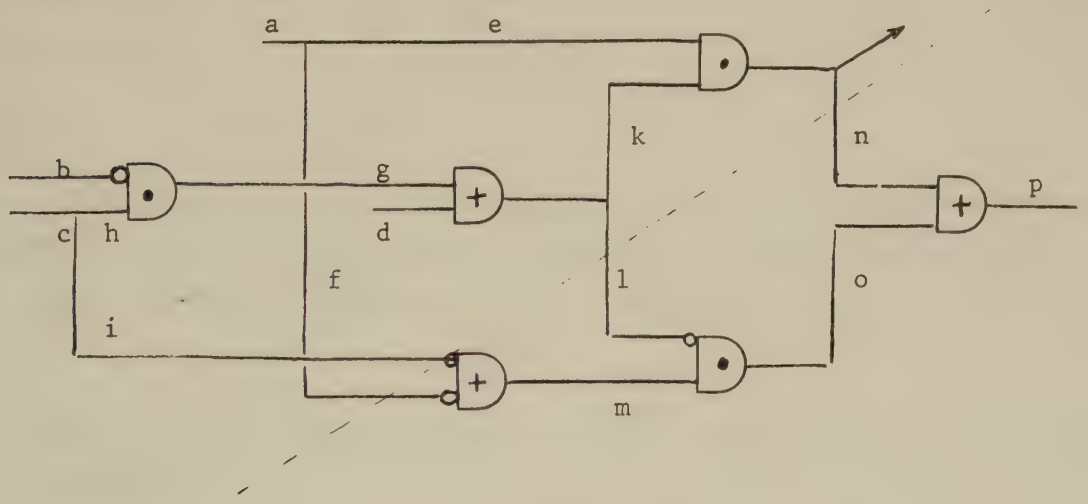
Soit une partition de R en arbres $A^1, .. A^n$

On recherche pour les A^i les vecteurs de tests des arbres : soit T^i (en fonction des entrées pour les A^1 et des pseudo entrées pour A^i $i > 1$)

Pour chaque T^i on étudie si des éléments de T^i induisent des pseudo entrées des A^{i+j} (j=1,..) formant un test de T^{i+j}. Soit T'^j qui ne sont pas induits par des tests de T^i ($i < j$)

Pour chaque T^j on recherche les entrées primaires donnant pour A^j les pseudo entrées convenables.

Exemple :



Pour tester A_1 il suffit de tester les pannes simples : a_1, b_o, c_1, d_o, g_o

$$T_{a_1} = E_r\left[\bar{a}\, d + \bar{a}\, \bar{b}\, c\right] \longrightarrow \bar{f}\, l\, \bar{n} + i\, \bar{f}\, l\, \bar{n}$$

$$T_{b_o} = E_r\left[a\, b\, c\, \bar{d}\right] \longrightarrow i\, f\, \bar{l}\, \bar{n}$$

$$T_{c_1} = E_r\left[a\, \bar{b}\, \bar{c}\, \bar{d}\right] \longrightarrow \bar{i}\, f\, \bar{l}\, \bar{n}$$

$$T_{j_o} = E_r\left[a\, b\, d + a\, \bar{c}\, d\right] \longrightarrow f\, l\, n + \bar{i}\, f\, l\, n$$

$$T_{g_o} = E_r\left[a\, \bar{b}\, c\, \bar{d}\right] \longrightarrow i\, f\, l\, n$$

Pour tester A_2 il suffit de tester les pannes simples :

n_o, l_o, f_1, i_1, m_o

$T_{n_o} = E_r\left[l\, n + i\, f\, n \right]$ $\longleftarrow$ $a\, \bar{b}\, c\, \bar{d}$ (T_{g_o})

$T_{l_o} = E_r\left[\bar{f}\, l\, \bar{n} + \bar{i}\, l\, \bar{n} \right]$ $\longleftarrow$ $\bar{a}\, \bar{c}\, d$ (T_{a_1})

$T_{f_1} = E_r\left[\bar{f}\, i\, \bar{l}\, \bar{n} \right]$

$T_{i_1} = E_r\left[f\, \bar{i}\, \bar{l}\, \bar{n} \right]$ $\longleftarrow$ $a\, \bar{b}\, \bar{c}\, \bar{d}$ (T_{c_1})

$T_{m_o} = E_r\left[f\, i\, \bar{l}\, n \right]$ $\longleftarrow$ $a\, b\, c\, \bar{d}$ (T_{b_o})

donc $T^1 = \{ \tilde{a}\, d,\ abc\bar{d},\ a\, \bar{b}\, \bar{c}\, d,\ a\, \bar{b}\, c\, \bar{d},\ abc \}$ permet aussi de tester, en même temps, n_o, l_o, i_1, m_o; en ajoutant $\bar{a}\, b\, c\, \bar{d} \rightarrow \bar{f}\, i\, \bar{l}\, \bar{n} = T_{f_1}$ on teste alors tout le réseau.

On note qu'il peut se faire que pour un A_i une panne soit telle que pour la détecter il faille des pseudo entrées de A_i incompatibles avec les contraintes du reste du réseau. Une telle panne ne peut alors pas être détectée à la sortie de A_i.

On peut alors utiliser cette fois les sorties supplémentaires comme entrées supplémentaires.

Ainsi, dans l'exemple précédent pour tester f_1 on a donc le test $\bar{a}\, b\, c\, \bar{d}\, \bar{n}$.

comme entrées suplémentaires

En utilisant les sorties supplémentaires on facilite aussi la recherche des vecteurs de tests d'un sous réseau.

B - Circuits combinatoires à relai

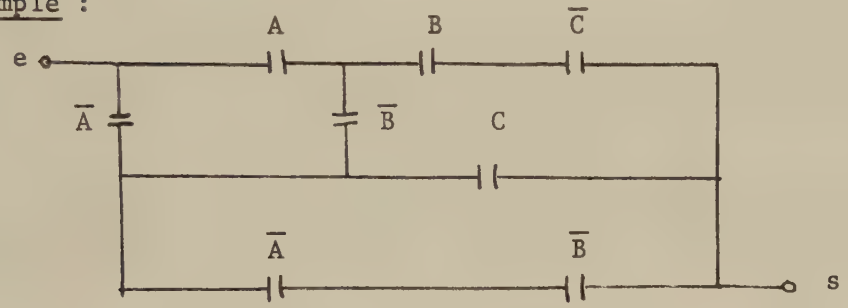
Les méthodes de test de circuits logiques (principalement D algorithme) ont été élaborées à une époque ou la technologie à relai était en voie de disparition. On s'aperçoit aussi, que dans les secteurs où cette technologie est encore utilisée pour plusieurs dizaines d'années (E.D.F, automatisme, télécommunications), on a le choix entre l'adaptation des méthodes prévues pour les circuits électroniques (travaux de Monptellier) ce qui s'avère assez inadéquat, soit, de chercher des méthodes originales pour ce genre de circuits. C'est cette approche que nous présentons ici. En fait comme 95 % des pannes se ramène à des pannes simples soit pour un relai, deux contacts, une bobine, on se limitera à l'étude de ces cas.

Pannes dans les circuits combinatoires à relai

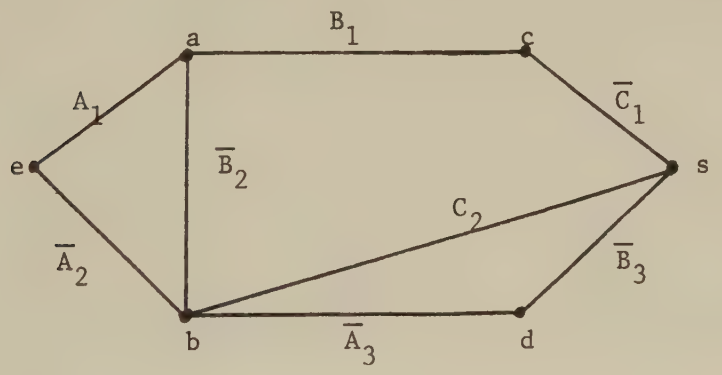
I - Représentation des circuits à relai par des réseaux

- les relais sont représentés par des connexions entre des articulations qui elles représentent les équipotentielles du circuit.
- les relais commandés par la même variable sont indicés

Exemple :



Le circuit ci dessus est représenté par le réseau ci dessous



II - Définitions Notations

La fonction itinéraire entre 2 articulations a et b (ensemble des chemins) est notée F_{ab} et la transmitance correspondante (fonction booléenne entre a et b) B_{ab}. On note F_R la fonction itinéraire entre e et s et la transmitance du réseau est B_R.

La transmitance du réseau R auquel on a enlevé l'arête X_i est noté B_{R-X_i}

N.B. La transmitance est la fonction booléenne obtenue en transformant la fonction itinéraire par : $X_i \longrightarrow X$ et $\overline{X}_j \longrightarrow \overline{X}$

Exemple : pour le réseau précédent on a :

$$F_R = A_1\ B_1\ \overline{C}_1 + A_1\ \overline{B}_2\ C_2 + A_1\overline{B}_2\ \overline{A}_3\ \overline{B}_2 + \overline{A}_2\ \overline{B}_2\ B_1\ \overline{C}_1 + \overline{A}_2\ C_2 + \overline{A}_2\ \overline{A}_3\ \overline{B}_3$$

et $B_R = A\ B\ \overline{C} + A\ \overline{B}\ C + \overline{A}\ C + \overline{A}\ \overline{B}$

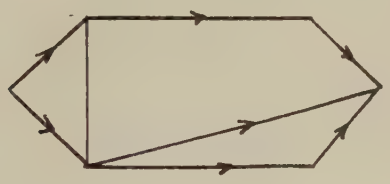
Orientations du réseau

Une connexion $\widetilde{A}_i$ jointive aux articulations a et b est dite orientée topologiquement de a vers b si tous les chemins de F_R passant par $\widetilde{A}_i$ vont de a vers b.

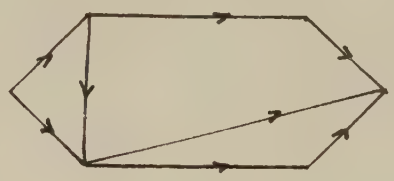
La connexion $\widetilde{A}_i$ est dite orientée fonctionnellement de a vers b si les seuls chemins qui ne donnent pas des monomes nuls dans B_R sont les chamins allant de a vers b.

Remarque : $\widetilde{A}_i$ orienté topologiquement => $\widetilde{A}_i$ a même orientation fonctionnelle

Exemple : Le réseau précédent a comme orientations :



orientation topologique



orientation fonctionnelle

N.B. Les arêtes orientées topologiquement forment un réseau série parallèle.
Les réseaux série parallèle sont entièrement orientés topologiquement.

Remarque : Du fait des pannes l'orientation fonctionnelle peut être modifiée.
Dans le réseau précédent si le relai $\overline{B}_2$ est collé en position fermée le chemin $\overline{A}_2\ \overline{B}_2\ B_1\ \overline{C}_1$ est un chemin de transfert.

III - Différents types de pannes

a) pannes affectant un seul relai, celles-ci laissent, soit un relai en position toujours ouvert, on note cette panne : $\tilde{X}_i^0$, soit un relai en position toujours fermé, on note cette panne : $\tilde{X}_i^1$.

b) pannes simples affectant un ensemble de 2 relais complémentaires ayant une équipotentielle en commun. Si cesrelais sont réalisés par un même organe technologique il peut se produire une panne des 2 relais bloqués en position complémentaire.

c) pannes simples affectant tous les contacts contrôlés par une même variable X. C'est le cas d'une panne dans la bobine d'excitation qui crée une panne de tous les relais que la variable contrôle : X_i^0 et $\overline{X}_j^1$ ou X_i^1 et $\overline{X}_j^0$

IV - Détection des pannes simples

Soit un relai X_i jointif aux articulations a et b

a) cas où X_i est orienté topologiquement de a vers b

THEOREME : Une C.N.S. pour que le vecteur V détecte la panne X_i^0 est que

$$B_{ea}(V).\ B_{bs}(V).\ X\ .\ \overline{B}_{R-X_i}(\tilde{V}) = 1$$

Dem : Les conditions $B_{ea}(V).\ B_{bs}(V) = X\ .\ \overline{B}_{R-X_i}(V) = 1$

sont nécessaires car il faut

a) manifester la panne : X = 1

b) la propager : $B_{ea}(V).\ B_{bs}(V) = 1$

c) que la sortie dépende de la présence de la panne $\overline{B_{R-X_i}}(V) = 1$ elles sont d'autre part évidemment suffisantes.

Pour la panne X_i^1 la C.N.S. est que $B_{ea}(V)$; $B_{bs}(V)$. X $B_{\overline{R-X_i}}(V) = 1$

Si c'est le relai $\overline{X}_j$ qui est en panne on a les C.N.S.

pour $\overline{X}_j^o$ $B_{ea}(V)$ $B_{bs}(V)$ $\overline{X}$ $\overline{B_{R-X_i}(V)} = 1$

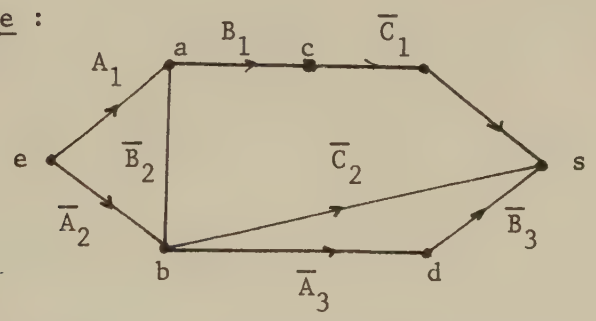
pour $\overline{X}_j^1$ $B_{ea}(V)$ $B_{bs}(V)$ X $\overline{B_{R-X_i}(V)} = 1$

b) cas où X_i n'est pas orienté

THEOREME : Une C.N.S. pour que le vecteur V détecte la panne X_i^o est que

$$B_{ea}(V).\ B_{os}(V) + B_{eb}(V).\ B_{as}(V)\ .X.\ \overline{B}_{R-X_i} = 1$$

Exemple :



soit la panne C_2^o : C_2 est orienté de b vers s

$$B_{eb} = A\,\overline{B} + \overline{A}$$

$$B_{ss} = 1$$

$$\overline{B_{R-C_2}} = \overline{A\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}} = \overline{A}\,B + A\overline{B} + A\,C + B\,C$$

Les vecteurs de tests sont donc déterminés par :

$$(\overline{A} + \overline{B})\ C\ (\overline{A}\,B + A\,\overline{B} + A\,B + A\,C + B\,C) = \underline{\overline{A}\,B\,C + A\,\overline{B}\,C}$$

soit la panne $\overline{B}_2^o$

$B_{ea} = A$

$B_{bs} = C + \overline{A}\ \overline{B}$

$B_{ea} \cdot B_{bs} = A\ C$

$B_{eb} = \overline{A}$

$B_{as} = B\ \overline{C}$

$B_{eb} \cdot B_{as} = \overline{A}\ B\ \overline{C}$

$$\overline{B_{R-B_2}} = \overline{A\ B\ \overline{C} + \overline{A}\ C + \overline{A}\ \overline{B}} = A\ \overline{B} + \overline{B}\ \overline{C} + A\ C$$

Les vecteurs de tests sont $(A\ C + \overline{A}\ B\ \overline{C})\ \overline{B}\ (A\ \overline{B} + \overline{B}\ \overline{C} + A\ C) = \underline{A\ \overline{B}\ C}$

c) Processus de génération des vecteurs de tests d'une panne affectant un relai X_i dont les articulations jointives sont a et b

1) on choisit un chemin entre e et a (ou b et s)

2) si $\tilde{y}_j$ sur ce chemin est de la forme y_j alors on contracte les y_k ($k \neq j$) et on supprime les $\bar{y}_e$ ($1 \neq j$) du réseau $R - X_i$

Si $\tilde{y}_j$ est de la forme $\bar{y}_j$ alors on contracte les y_k ($k \neq j$) et on supprime les y_e ($1 \neq j$) du réseau $R - X_i$

3) on contracte le chemin choisi

4) sur le réseau simplifié on calcule B_{bs} (ou B_{ea}) et $B_{R'-X_i}$

Soit C_j l'expression booléenne correspondant au chemin C_j

i) si X apparaît dans $B_{bs} \cdot C_j$ alors

les tests $B_{bs} \cdot X \cdot C_j$: B_{R-X_i} détectent X_i^o

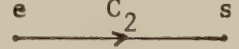
ii) si X n'apparaît pas dans $B_{bs} \cdot C_j$ alors

$B_{bi} \cdot X \cdot C_j$ B_{R-X_i} détectent X_i^o

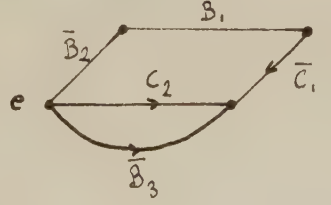
et B_{bs} X C_j $B_{R'-X_i}$ détectent X_i^1

Exemple : C_2

2 chemins $A_1 \bar{B}_2$ et $\bar{A}_2$ entre e et b

$A_1 \bar{B}_2$ donne comme graphe simplifié 

donc A $\bar{B}$ C détecte C_2^o et A $\bar{B}$ $\bar{C}$ détecte C_2^1

$\bar{A}_2$ donne comme graphe simplifié 

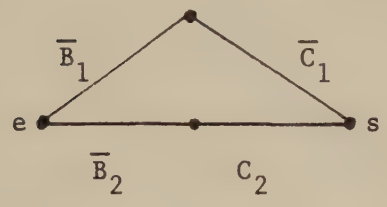
donc $\bar{A}$ B C détecte C_2^o et $\bar{A}$ B $\bar{C}$

détecte C^1

$T_{c_2^o} = E_r\left[A \bar{B} C + \bar{A} B C \right]$ $T_{c_2^1} = E_r\left[A \bar{B} \bar{C} + \bar{A} B \bar{C} \right]$

pannes sur $\overline{B}_2$

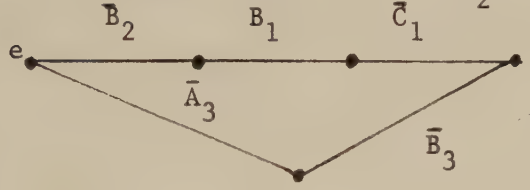
i) chemin entre e et a : A_1 d'où le graphe simplifié



donc le test A C B détecte $\overline{B}_2^1$

A C $\overline{B}$ " $\overline{B}_2^o$

ii) chemin entre e et b : $\overline{A}_2$ d'où le graphe simplifié



donc le test $\overline{A}$ B $\overline{C}$ détecte $\overline{B}_2^1$

$$\text{d'où } T_{\overline{B}_2^1} = E_r\left[A\ B\ C + \overline{A}\ B\ \overline{C} \right] \text{ et } T_{\overline{B}_2^o} = E_r\left[A\ \overline{B}\ C \right]$$

V - Détection des pannes simples : contacts collés en position complémentaire

Notation : soit X_i un relai dont les articulations qui lui sont jointives sont a et b, on note $B_{X_i} = B_{ea} \cdot B_{bs} + B_{eb} B_{as}$

Soit X_1 et $\overline{X}_2$ les 2 contacts et soit la panne $X_1^o\ \overline{X}_2^1$

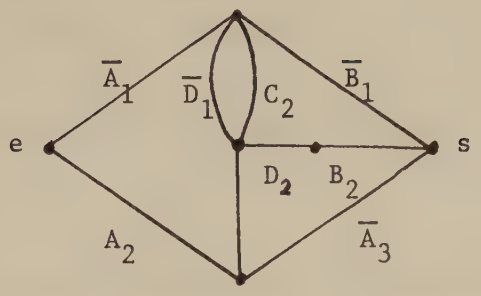
Notons $B_{R-X_1+X_2}$ la transmitance du réseau R auquel on a enlevé X_1 et contracté X_2.

Soit la panne double : $X_1^o\ \overline{X}_2^1$

V détecte $X_1^o\ \overline{X}_2^1$ si et seulement si :

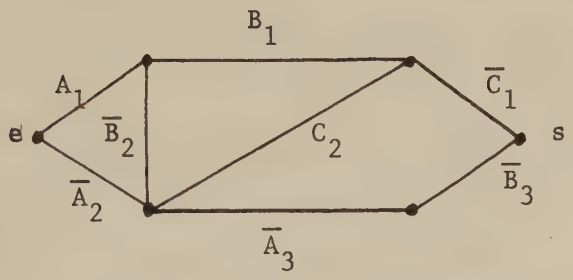
$$X\left[B_{X_1}(V)\ \overline{B}_{R-X_1+X_2}(V) + B_{X_2}(V)\ \overline{B}_{R-X_2+X_1}(V) \right] = 1$$

Exemple : Soit le réseau



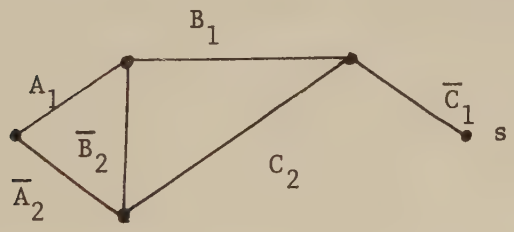
Soit la panne sur le réseau $\overline{C}_1^1$ C_2^o on obtient les tests : $\overline{A}BD$, $ABCD$, $A\overline{B}\overline{C}$

Exemple :



avec la panne B_1^o B_2^1

il faut afficher B d'où le réseau simplifié



$B'_{B_1} = A\,C$ $\qquad$ $\overline{B}\,\overline{B}_1 = 1$

$B'_{B_2} = 0$

d'où le test $T_{B_1^o\ B_2^1} = E_r\left[\ A\ B\ \overline{C}\ \right]$

VI- Détection d'une panne simple sur l'excitation d'une bobine

Dans ce cas tous les contacts d'une même variable X sont collés. Si F(V) est la fonction de transfert du réseau $F_{x=o}(V)$ est la fonction fausse, les vecteur de test sont tels que :

$$\left[\ X\ F_{X=1}(V) + \overline{X}\ F_{X=o}(V)\right] \oplus F_{X=o} = 1$$

c.a.d. $X\left[F_{X=1}(V) \oplus F_{X=o}(V)\right] = 1$

N.B. Si $F = A\,\overline{X} + B\,X + C$

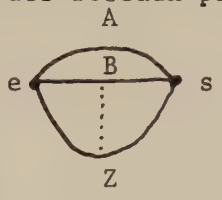
alors $F_{X=1} \oplus F_{X=o} = (A \oplus B)\,\overline{C}$

On obtient donc facilement les tests, directement à partir de la fonction.

VII - Relations d'équivalence et d'implication entre pannes simples

1) Relation d'indiscernabilité pour des réseaux particuliers

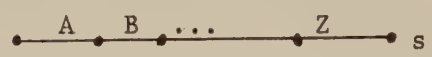
-i- soit le réseau



alors $A^1 \approx B^1 \approx \ldots \approx Z^1$

en effet $T_{\alpha^1} = \overline{A}.\overline{B}. \ldots . \overline{Z}$ $\qquad \alpha = A, B, \ldots Z$

-ii- soit le réseau

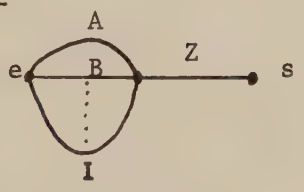


alors $A^o \approx B^o \approx \ldots \approx Z^o$

car $T_{\alpha^o} = A.B. \ldots Z$ $\qquad \alpha = A, B, \ldots Z$

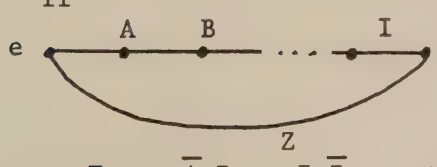
2) Relations " cache " pour des réseaux particuliers

-i-



car $T_{A^o} = A\,\overline{B} \ldots \overline{I}\,Z$ et $T_{Z^o} = A\,Z + B\,Z + \ldots + I\,Z$

-ii-



car $T_{A^1} = \overline{A}\,B \ldots I\,\overline{Z}$ et $T_{Z^1} = \overline{A}\,\overline{Z} + \overline{B}\,\overline{Z} + \ldots + \overline{I}\,\overline{Z}$

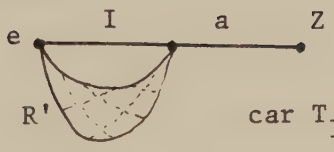
-iii-

$I^1 \lhd Z^1$

$T_{I1} = B_{ea}(V) = 1).\ \overline{I}.\ \overline{Z}$

$T_{Z1} = \overline{I}\ \overline{Z} + \overline{(B_{ea}(V) = 1)}\ \overline{Z}$

-iiii-



$I^o_o \lhd Z^o$

car $T_{Io} = I.\ B_{R1}.\ Z$ $\quad T_{Zo} = I\ Z + B_{R1}.\ Z$

3) Théorème général

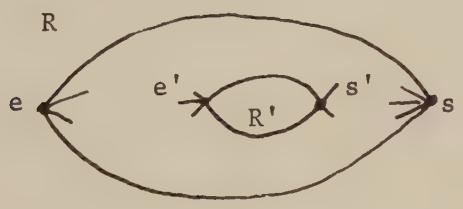
Soit un réseau R dont un sous réseau R' a la propriété suivante : les connexions de R-R' incidentes à R' le sont en au plus deux articulations.

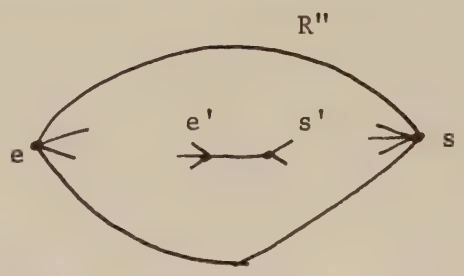
Alors :

-i- si X^i et Y^j sont indiscernables dans R' elles le sont dans R

-ii- si X^i moins testable que y^j dans R', X^i moins testable que y^j dans R.

Dem : Notons R" le réseau déduit de R en remplaçant les arêtes de R' par une seule : Z



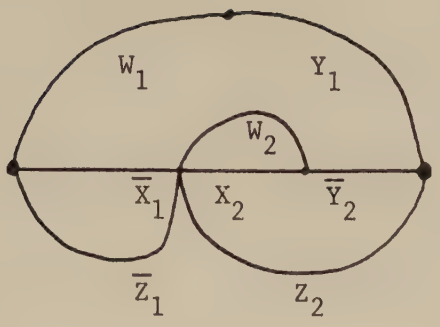


si $V \in T_{Xi} \Rightarrow (B_{ee'}.\ B_{s's} + B_{es'}\ B_{e's})\ (V) = 1$

et d'autre part le réseau R' manifeste la panne

donc $V \in T_{yj}$

Exemple :



$W_1^o \approx y_1^o$

$X_1^1 \approx Z_1^1$

$W_2^1 \approx X_2^1$

$\left.\begin{matrix} W_2^o \\ X_2^o \end{matrix}\right\} \triangleleft Y_2^o$

$Y_2^1 \triangleleft Z_2^1$

BIBLIOGRAPHIE
-o-o-o-o-o-o-

1) AMAR V.et CONDULMARI V. "Diagnosis of Large Combinational Net Work", IEEE Trans. on Electronic Computers, vol EC-16. 1967, pp. 675-680.

2) ARMSTRONG D.B. "On Finding a Nearly Minimal Set of Fault Detection Tests for Combinational Logic Nets". IEEE Trans. on Electronic Computers, vol EC-15, 1966, pp. 66-73.

3) BEARNSON L.W. et CAROLL C.C. "On the Design of Miminum Length Fault tests for Combinational Circuits". International Symposium on Fault-Tolerant Computing, 1971 Pasadena California.

4) BENNETTS R.G. LEWIN D.W. "Fault Diagnosis of Digital Systems. A Review " 12 Computer July/August 1971.

5) BETANCOURT R. "Derivation of Minimum Test Sets for Unate Logical Circuits", IEEE Trans on Comp. vol C 20 n°11, Nov.1971 pp. 1264-1269.

6) BOSSEN C.D. et JUNE HONG S.E. "Cause-Effect Analysis for Multiple Fault Detection in Combinational Networks", IEEE Trans. on Comp. vol C 20 n°11, Nov 1971, pp. 1252-1257.

7) CHANG H.Y., MANNING E.G. et METZE G. "Fault Diagnosis of Digital Systems", Wiley Interscience, 1970.

8) CHIANG A.C.L., REED I.S. et BANES A.V. "Path Sensitization, Partial Boolean Difference and Automated Fault Diagnosis", IEEE Trans. on Comp. Feb 1972, pp. 189-195.

9) FRIEDMAN A.D. "Fault Detection in Redundant Circuits," IEEE Trans. on Computers, vol EC-16, 1967, pp. 99-100.

10) JAMES W. GAULT, JOHN P. ROBINSON et SUDHAKAR M. REDDY "Multiple Fault Detection in Combinational Networks", IEEE Trans. on Comp. vol C 21 n° 1 January 1972, pp. 31-37.

11) GRAY F.G., MEYER J.F. RUSSELL J.D. KIME C.R. "Locatibility of Faults in Abstract Networks", Structural Factors in the Fault Diagnosis of Combinational Network".

12) HORNBUCKLE G.D. et SPANN R.M. "Diagnosis of Single-Gate Failures in Combinational Circuits", IEEE Trans. on Computers, vol C 18, 1969 pp. 216-220.

13) HAYES J.P. "A study od Digital Network Structure and its relation to Fault Diagnosis", Report R. 467, Mai 1970, University of Illinois, Urbana, ILLINOIS.

14) JONES E.R., MAYS C.H. "Automatic Test Generation Methods for Large Scale Integrated Logic", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol SC.2, 1967, pp. 221-226.

15) KAUTZ W.H. "Fault Testing and Diagnosis in Combinational Digital Circuits", IEEE Trans. on Computers, vol C 17, 1968 pp. 352-366.

16) KIME C.R. "An Analysis Model for Digital System Diagnosis", IEEE Computer Group Repository, R-70-19.

17) KOHAVI Z. "Switching and Automatic Theory", McGraw-Hill Computer Science Series, 1970.

18) KOHAVI I., KOHAVI Z. "Detection of Multiple Faults in Combinational Logic Network", IEEE Trans. on Comp. vol C 21 n° 6, June 72, pp. 556-568.

19) KUNTZMANN J. "Algèbre de Boole", Dunod 1969.

20) KUNTZMANN J. "Théorie des Réseaux" (graphes), Dunod 1972.

21) Mc CLUSKEY E.J., Clegg F.W. "Fault Equivalence in Combinational Logic Network", Digital Systems Laboratory Stanford University - March 1971.

22) MARINOS P.N. "A Method of Deriving Complete Sets of Test-Input Sequences Using Boolean Difference", IEEE Computer Group Repository, R 70-22.

23) Mc CLUSKEY "Test and Diagnosis Procedure for Digital Networks" Computer 1971.

24) MAYEDA W., RAMAMOORTHY C.V "Distinguishability Criteria in Oriented Graphes and Their Applications to Computer Diagnosis".

25) PIGNAL P., ROUX G. et VINCENT-CARREFOUR J. "Une méthode de test Automatique pour les Ensembles logiques" (2 parties - Onde Electrique, vol 48 n° 500 et 501) Nov 1968.

26) RAMAMOORTHY C.V. "A Structural Theory of Machine Diagnosis- Spring joint Computer Conf. 1967 - pp. 743-756.

27) RAMAMOORTHY C.V. et CHANG L.C. " System Segmentation for The Parallel Diagnosis of Computer," IEEE Trans. on Computers, vol C 20, n° 3 Mars 1971.

27) bis RAYNAUD-GAROCHE "Théorie des écoulements " Séminaire IMAG 1972

28) RICHARD J.P. "Contribution à la Détection des pannes dans les circuits logiques". Thèse de Docteur Ingénieur Toulouse, Septembre 1971.

29) ROTH J.P., BOURICIUS W.G, et SCHNEIDER P.R. "Programmed Algorithms to Compute Tests to Detect and Distinguish Between Failures in Logic Circuits", IEEE Trans. on Electronic Computers, vol EC-16, 1967, pp. 567-580.

30) RUSSEL J.D., KIME C.R. "Structural Factors in the Fault Diagnosis of Combinational Network".

31) SCHERTZ DR, "On the Representation of Digital Faults", Ph. D, Coordinated Science Lab. Report R-418, University of Illinois, Urbana, May 1969.

32) SELLERS F.F., Jr HSIAO, et BEARNSON L.W. "Analyzing Errors with the Boolean Difference", IEEE Trans. on Computers, vol C-17, 1968, pp. 676-683.

33) Stephen Y.H. SU, YUN-CHUNG CHO "A New Approch to the Fault Location of Combinational Circuits", IEEE Trans. on Comp. vol C 21 n° 1 January 1972, pp. 21-30.

34) Gordon E. WHITNEY "Algebraic Fault Analysis for Constrained Combinational Networks", IEEE Trans. on Comp. vol C 20 n° 2 Feb. 1971, pp. 141-148.

35) YAN S.S., TANG Y.S. "An efficient Algorithm for Generating Complete Test Sets for Combinational Logic Circuits", International Symposium on Fault-Tolerant Computing, 1971 Pasadena California.